CAPÍTULO

2

AMENAZA SÍSMICA EN TERRENO FIRME



CAPÍTULO 2 AMENAZA SÍSMICA EN TERRENO FIRME

2.1 GENERALIDADES

La cuidad de Bogotá se encuentra ubicada en una zona de amenaza sísmica intermedia, según lo estipulado en el Estudio General de Amenaza Sísmica de Colombia, adelantado por la AIS en 1997, debido a su proximidad con fuentes cercanas y regionales de tamaño importante. Ante estas particularidades, se hace necesario identificar de la manera más confiable posible la amenaza sísmica de la ciudad en términos de espectros de aceleraciones y espectros de amplitudes de Fourier en terreno firme, con base en los cuales se puedan establecer eventuales acelerogramas que podrían esperarse a nivel de basamento rocoso.

Una vez definida la amenaza sísmica a nivel del terreno firme mediante cualquiera de los parámetros mencionados, se procede a estimar mediante la propagación hasta la superficie del terreno de las señales en roca, las respuestas esperadas en superficie, bien sea en términos de acelerogramas, espectros de aceleración, aceleraciones máximas o cualquier otra variable relacionada, a partir del modelo del subsuelo adoptado.

La amenaza sísmica de una zona determinada depende de un gran número de variables, algunas de las cuales pueden ser imposibles de cuantificar en la actualidad. Sin embargo, se han desarrollado modelos simplificados que permiten estimar las variables fundamentales involucradas en el cálculo de la amenaza sísmica, lo cual permite dar un tratamiento científico al problema.

Inicialmente es necesario determinar un área de influencia que permita limitar el problema a la zona dentro de la cual la ocurrencia de sismos es relevante. En segundo lugar se requiere identificar las fuentes, que dentro del área de influencia previamente establecida son capaces de generar eventos sísmicos de importancia. Una vez identificadas, estas fuentes deben caracterizarse a través de ecuaciones basadas en los datos sísmicos existentes para la zona. En este punto, se hace posible la evaluación probabilística de parámetros para análisis sísmicos en el sitio de interés. Estos parámetros deben ser modificados y complementados por los efectos locales, lo cual es la esencia misma de los estudios de microzonificación sísmica de ciudades o zonas.

En el presente estudio se ha desarrollado una metodología de cálculo de la amenaza basada en la teoría sismológica clásica. Con base en la sismicidad de las fuentes del territorio y en las leyes de atenuación de los diferentes parámetros sísmicos, es posible identificar la amenaza sísmica de todas las fuentes que pueden generar efectos importantes sobre la ciudad de Bogotá en términos de espectros de amplitudes de Fourier (EAF), de la aceleración máxima del suelo o de aceleraciones máximas para diferentes ordenadas espectrales. El resultado de este tipo de análisis son tasas de excedencia asociadas a períodos de retorno. Una vez seleccionado el período de retorno, por ejemplo de 475 años como lo establece la ley 400 de 1998 para el diseño de edificaciones, se puede definir entonces el valor del parámetro sísmico de interés.

El proceso se extiende geográficamente a un área de influencia suficiente para visualizar la distribución de las intensidades según la posición de las fuentes y su sismicidad con respecto al

sitio de estudio. Con dichas intensidades y las leyes de atenuación de aceleración de cada tipo de mecanismo focal es posible identificar para las distancias más representativas valores de magnitud y energía liberada. Variables como distancia y magnitud se utilizan en la teoría sismológica para evaluar los espectros de amplitudes de Fourier (EAF) de cada tipo de mecanismo focal.

Para encontrar los espectros de potencia para cada una de las fuentes que se encuentran en el área de influencia es necesario estimar la duración de la fase intensa de los movimientos, lo cual se realiza mediante un análisis probabilístico con las leyes de atenuación de duración, que se determinan a partir de la frecuencia de esquina y la intensidad de Arias. El resultado se expresa en términos de una tasa de excedencia de duración para cada fuente.

La amenaza sísmica se cuantifica en términos de los periodos de retorno (o sus inversos, las tasas de excedencia) de intensidades sísmicas relevantes en el comportamiento de las estructuras. La tasa de excedencia de una intensidad sísmica se define como el número medio de veces, por unidad de tiempo, en que el valor de esa intensidad sísmica es excedido.

Es posible determinar la amenaza sísmica contando las veces en que se han excedido valores dados de intensidad en el sitio de interés. Sin embargo, la determinación directa rara vez se puede realizar porque no se dispone de catálogos completos de las aceleraciones que han producido en un sitio los sismos pasados. Por lo anterior, resulta necesario calcular la amenaza sísmica de manera indirecta. Para ello, se evalúa primero la tasa de actividad sísmica en las fuentes generadoras de temblores y después se integran los efectos que producen, en un sitio dado, los sismos que se generan en la totalidad de las fuentes.

En esta sección se presentan los principales resultados obtenidos para la amenaza sísmica a nivel del terreno firme junto con la metodología detallada utilizada para la evaluación de la amenaza sísmica en la ciudad de Bogotá.

2.2 INFORMACIÓN SÍSMICA DISPONIBLE

La evaluación de la amenaza sísmica se basa en buena parte en la información existente, la cual es generalmente insuficiente y defectuosa. En Colombia las informaciones disponibles provienen de registros a grandes distancias, de las redes regionales de cierta apertura como la del Instituto Geofísico de los Andes Colombianos y redes de menor apertura pero más densas y confiables como la del Observatorio Sismológico del Sur Occidente, OSSO, con sede en la Universidad del Valle y mucho más recientemente, de la Red Sismológica Nacional de Colombia, RSNC, operada por el Ingeominas.

Gran parte de la información sismológica nacional se obtiene del Estudio General de Amenaza Sísmica de Colombia adelantado por la AIS en 1997. La información proviene de diversas fuentes a las cuales se hace referencia en el presente capítulo. La actual red sismológica que opera el Instituto Geofísico de los Andes cuenta con estaciones en Galerazamba (Bolívar), Floridablanca (Santander), Fúquene (Cundinamarca), Bogotá (Cundinamarca), Chinchiná (Caldas) y Pasto (Nariño). Esta red tiene problemas de diversa índole los cuales deben tenerse en cuenta al interpretar la información del catálogo de sismos ya que una buena parte de la información existente proviene de los datos recolectados en esta red durante más de cuarenta años.

Por otro lado está el Observatorio Sismológico del Sur Occidente Colombiano el cual inició operaciones en 1986 y sus registros sismológicos se inician en 1987. El Observatorio está ubicado en los predios de la Universidad del Valle y cuenta en la actualidad con doce estaciones de registro analógico, con sensores verticales de período corto y una sola componente. Las estaciones están ubicadas en las siguientes localidades: El Hobo, Sevilla, Calima, Guadalajara, Anchicayá, La Horqueta, La Diana, Salvajina, El Peñón, Puracé, El Nudo y Tatamá. La información sismológica del OSSO ha servido, en parte, para confirmar la actividad sísmica en varias zonas del Occidente de Colombia. Los eventos importantes registrados por la Red del OSSO han sido incluidos en los catálogos recientes de sismos, publicados por el Ingeominas.

Finalmente se cuenta con la Red Sísmica Nacional de Colombia la cual cuenta con catorce estaciones de tecnología digital punta a punta, conexión de tipo satelital y estación central de registro. La RSNC es operada por Ingeominas; comenzó a operar oficialmente en abril de 1994, pero sus diferentes estaciones entraron en servicio poco a poco desde el año 1992. Ingeominas publica boletines trimestrales y cuenta con un nivel de operación de alta capacidad.

El catalogo sísmico disponible (Ingeominas) consta de 29332 sismos con magnitud superior a 2.5, ocurridos entre 1 de Junio de 1993 y el 30 de Julio de 2006. Este catalogo fue complementado con el catálogo sísmico actualizado a raíz del Estudio de Amenaza Sísmica de Colombia (AIS, 1997) para conformar un catálogo con un total de 34189 eventos con magnitud superior a 2.5 ocurridos entre 1541 y 2006.

En la Figura 2.1 se presenta un mapa general de Colombia con la ubicación de todos los sismos incluidos en el catálogo mencionado.

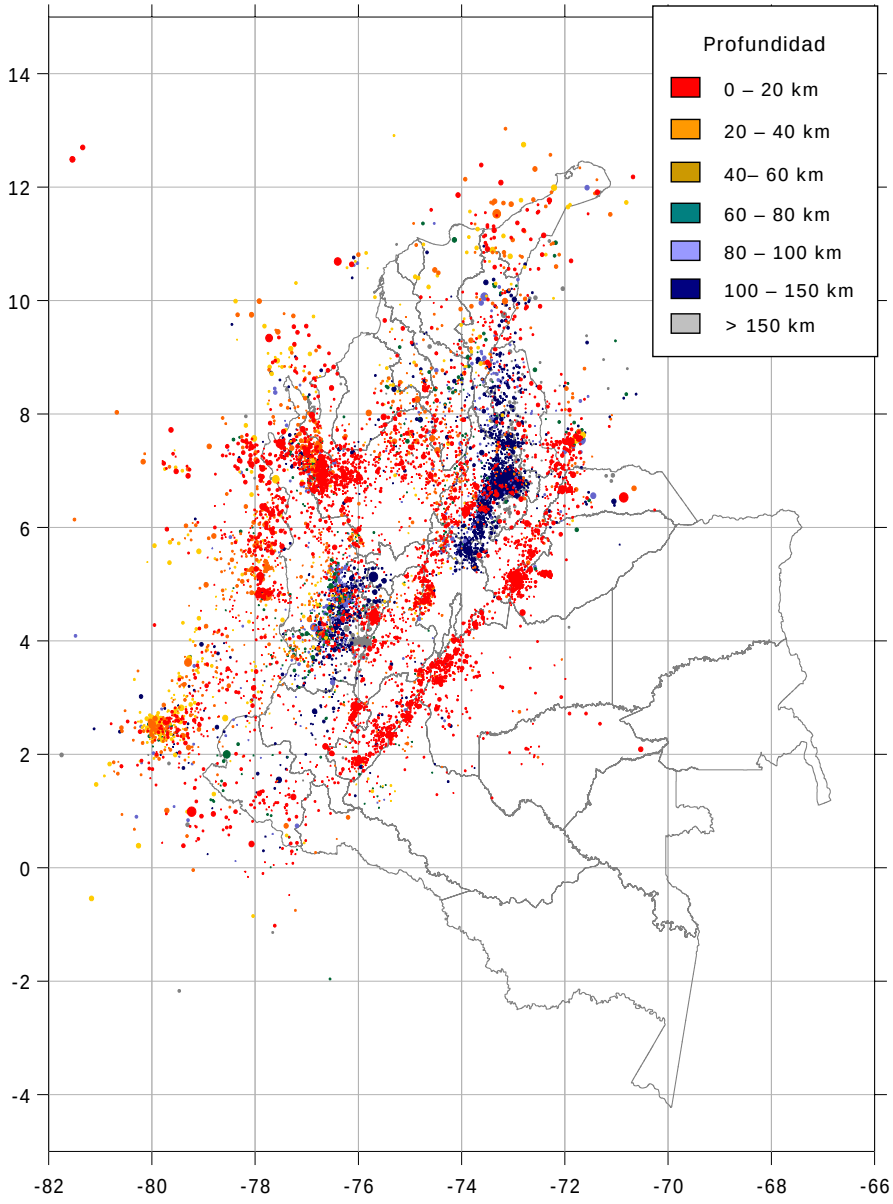


Figura 2.1 Distribución geográfica de los eventos que hacen parte del catálogo sísmico utilizado

Para el caso de la ciudad de Bogotá se presentan dos tipos de fuentes dominantes. En primer lugar están las fuentes cercanas e intermedias que establecen una amenaza significativa como es el caso de las fallas Frontal de la Cordillera Oriental, Salinas, La Cajita e Ibagué.
Otro tipo de fuentes que afectan la ciudad de Bogotá son las fuentes existentes a mayores distancias pero con gran capacidad de liberación de energía como la zona de Benioff y la zona de Subducción.

Con base en la información recopilada se realiza la estimación de la amenaza en terreno firme (sin considerar los efectos de sitio) para la ciudad de Bogotá. En la Figuras 2.2 y 2.3 se presenta un esquema de la metodología empleada para el cálculo de la amenaza sísmica.

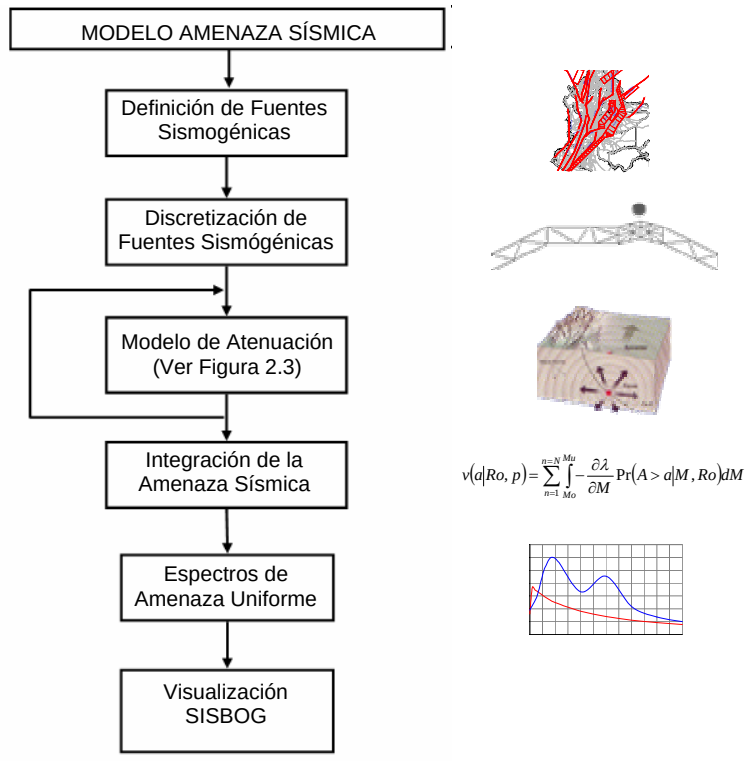


Figura 2.2 Resumen de la metodología para el cálculo de la amenaza sísmica

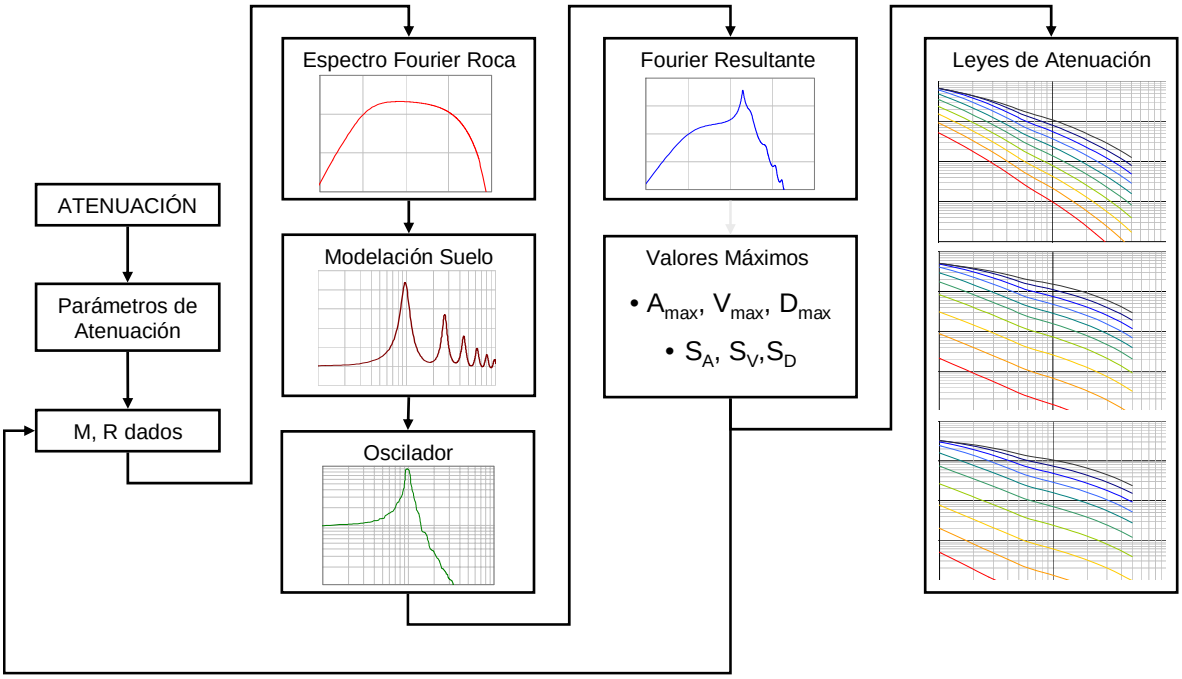


Figura 2.3 Resumen de la metodología para el cálculo de la amenaza sísmica. Modelo de atenuación

A continuación se presentan las características sismológicas de las fuentes empleadas en el análisis que constituyen una base de sistemas sismogénicos a nivel nacional. Las bases teóricas detalladas de las etapas de Atenuación, Integración de la Amenaza Sísmica y Espectros de Amenaza Uniforme se encuentran en el Anexo 2.1 de esta sección.

2.3 PARÁMETROS DE SISMICIDAD PARA LAS FUENTES EMPLEADAS EN EL ANÁLISIS

2.3.1 Parámetros de sismicidad

Cada una de las fuentes sismogénicas se caracteriza mediante una serie de parámetros de sismicidad los cuales se determinan con base en la información sísmica disponible. Los parámetros definidos son los siguientes:

- Recurrencia de magnitudes: se identifica mediante el parámetro β que representa la pendiente promedio de la curva de recurrencia de magnitudes (curva de número de eventos con magnitud mayor que M, versus magnitud sísmica M) en la zona de magnitudes bajas.

- Magnitud máxima: se estima con base en la máxima longitud de ruptura posible de cada una de las fuentes y en otras características morfotectónicas.

- Tasa de recurrencia de sismos con magnitud mayor que 4.0: corresponde al número promedio de eventos por año de sismos con magnitud mayor que 4.0 que ocurren en una determinada fuente.

2.3.2 Fuentes sísmicas empleadas

El modelo de cálculo de la amenaza sísmica se basa en la información de fuentes sismogénicas (fallas intraplaca y subducción) a nivel nacional, la información utilizada proviene del Estudio General de Amenaza Sísmica de Colombia (AIS, 1997). Los parámetros de las fuentes sísmicas nacionales son los mismos que los determinados en el estudio AIS (AIS, 1997) con la excepción de la zona de Benioff intermedia. El modelo de amenaza sísmica queda conformado por 34 fuentes. En la Tabla 2.1 se presentan los parámetros de caracterización de las fuentes activas usadas en el presente estudio. En la Figura 2.4 se presenta la distribución geográfica de las fuentes sismogénicas a nivel nacional.

Tabla 2.1 Parámetros de sismicidad de las fuentes.

FUENTE	M_0	M_u	λ_0 (#eventos / año)	β	Prof. Prom(Km)
Arco de Dabeiba	4.0	6.5	0.21	1.043	30
Bahia Solano	4.0	7.5	0.606	0.988	28
Benioff Intermedia 1*	4.0	8.0	0.228	0.945	72
Benioff Intermedia 2*	4.0	8.0	0.152	0.945	72
Benioff Intermedia 3*	4.0	8.0	0.380	0.945	72
Benioff Profunda	4.0	7.5	6.450	1.643	165
Boconó	4.0	8.0	0.052	0.770	38
Bolivar	4.0	6.0	0.051	0.464	16
Bucaramanga-Sta Marta Norte	4.0	6.5	0.105	1.732	29
Bucaramanga-Sta Marta Sur	4.0	6.5	0.264	1.474	39
Cauca	4.0	7.0	0.132	0.700	26
Cimitarra	4.0	6.5	0.078	1.637	16
Compresión Sur Caribe-E	4.0	6.0	0.105	2.188	27
Compresión S. Caribe-O	4.0	6.0	0.131	1.209	27
Cuiza	4.0	7.0	0.105	1.274	24
Cucuana	4.0	7.0	0.011	0.9	23
Espiritu Santo	4.0	6.5	0.105	1.339	32
Fallas del Magdalena	4.0	7.0	0.078	1.852	19
Frontal Cordillera Oriental	4.0	8.0	1.160	0.988	22
Garrapatas	4.0	6.5	0.105	2.123	30
Ibagué	4.0	6.5	0.394	2.697	31
Junin-Sambiambi	4.0	7.0	0.052	1.384	33
Murindó-Atrato	4.0	7.5	0.843	1.057	18
Normal Panamá Pacifico	4.0	7.0	0.184	1.583	24
Oca	4.0	7.4	0.053	1.113	23
Palestina	4.0	6.5	0.132	1.344	21
Perijá	4.0	6.5	0.157	1.415	24
Puerto Rondón	4.0	6.5	0.078	0.616	19
Romeral	4.0	7.6	0.215	1.037	28
Romeral-Norte	4.0	6.5	0.052	0.849	40
Salinas	4.0	6.5	0.158	1.997	30
Sinú	4.0	6.0	0.105	0.531	23
Súarez	4.0	6.5	0.105	1.686	33
Subducción	4.0	8.6	7.890	1.393	26
Uribante-Caparo	4.0	7.0	0.079	0.758	18

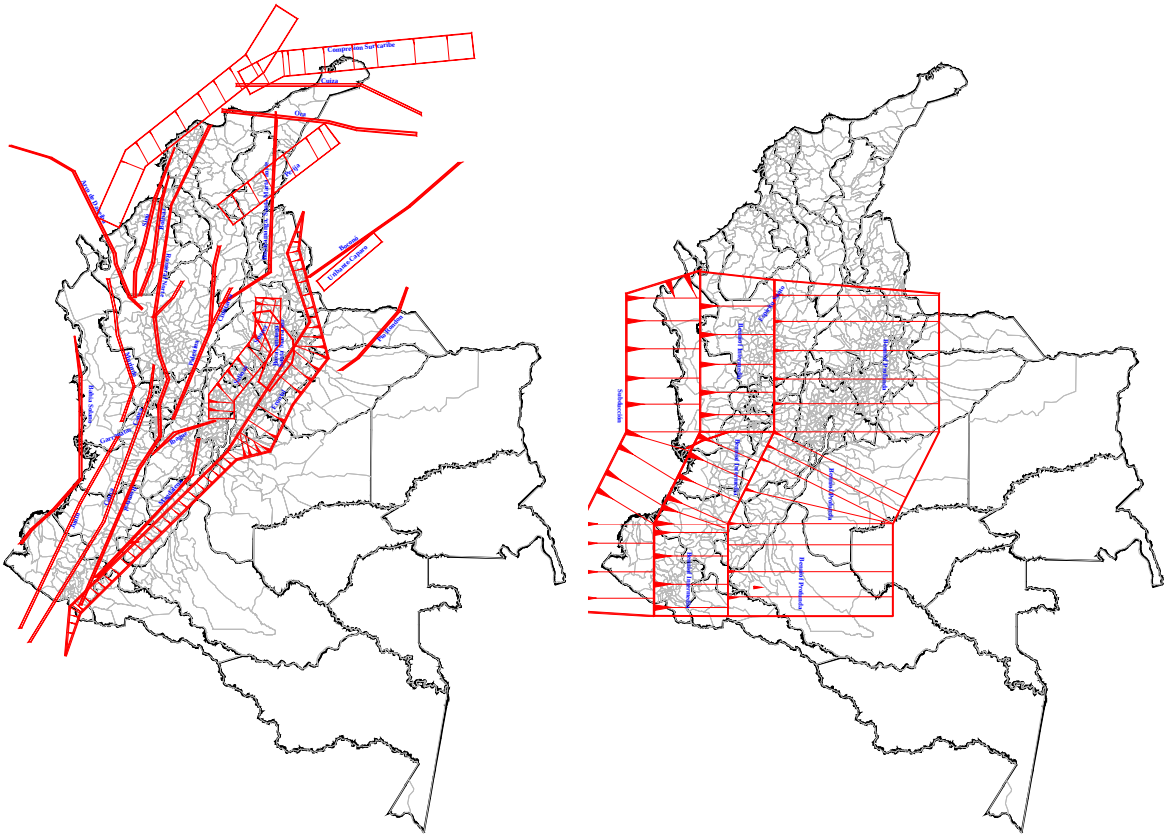


Figura 2.4 Localización geográfica de las fuentes sismogénicas a nivel nacional (AIS, 1997)

2.4 RESULTADOS DE AMENAZA SÍSMICA EN TERRENO FIRME PARA LA CIUDAD DE BOGOTÁ

2.4.1 Amenaza sísmica para la totalidad de las fuentes sismogénicas

En este numeral se presentan los resultados de amenaza símica en terreno firme para la ciudad de Bogotá. Se presentan mapas de aceleración máxima, velocidad máxima y desplazamiento máximo del terreno.

Los mapas de amenaza que se presentan corresponden a la respuesta esperada en las formaciones geológicas competentes, con velocidades de onda de cortante en el orden de 800 m/seg o más o con valores del ensayo de penetración estándar, SPT, igual o superior a 50 golpes/pie. Al llegar a estos estratos, la onda sísmica se propagará dentro del subsuelo superficial generalmente menos rígido y competente, hasta alcanzar la cimentación de las estructuras o simplemente el nivel del terreno.

Estos depósitos superficiales relativamente más blandos modifican la señal tanto en amplitud como en contenido frecuencial y duración, básicamente en función del contraste que se presente entre el depósito superior y los inferiores referidos. Esta variación de la señal sísmica conforma el llamado efecto de sitio que desempeña en general un papel fundamental en la magnitud de las fuerzas sísmicas que pueden llegar a sacudir las obras de infraestructura en el futuro y que es la motivación principal de los estudios de microzonificación sísmica de ciudades. La evaluación de estos efectos se presenta en el Capítulo 4 de este informe.

2.4.1.1 Mapas de Amenaza Sísmica

En la Figura 2.5 se presenta la distribución de la aceleración máxima en terreno firme para un periodo de retorno de 475 años. La distribución regional de la aceleración en terreno firme (Figura 2.5) permite visualizar la influencia de cada fuente en la amenaza sísmica departamental. Se hace evidente que la mayor contribución de amenaza corresponde al la Falla Frontal de la Cordillera Oriental, la cual se encuentra a pocos kilómetros de la ciudad.

Por otro lado las Figuras 2.6, 2.7 y 2.8 presentan la distribución de la aceleración, velocidad y el desplazamiento máximo del terreno respectivamente para la zona urbana Bogotá.

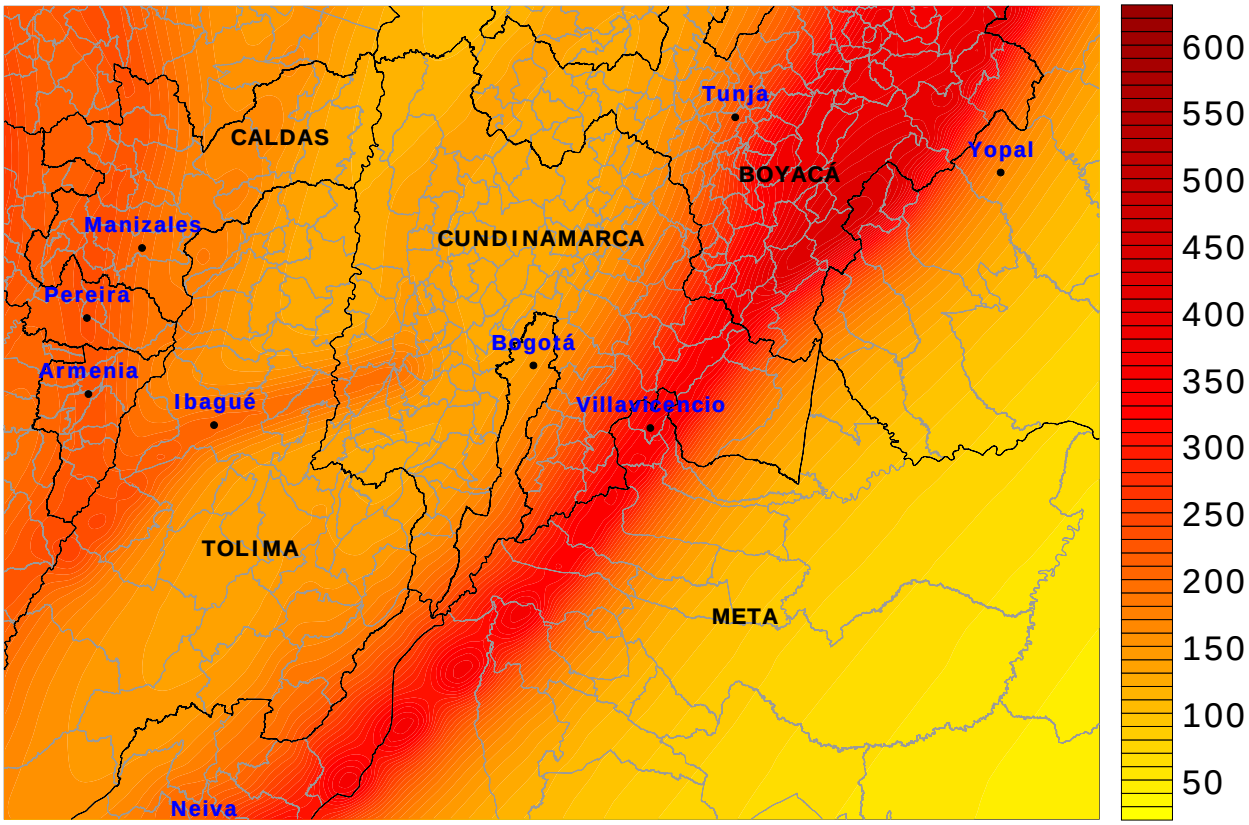


Figura 2.5 Distribución de la aceleración máxima en terreno firme [cm/s²] a nivel departamental (Periodo de Retorno de 475 años)

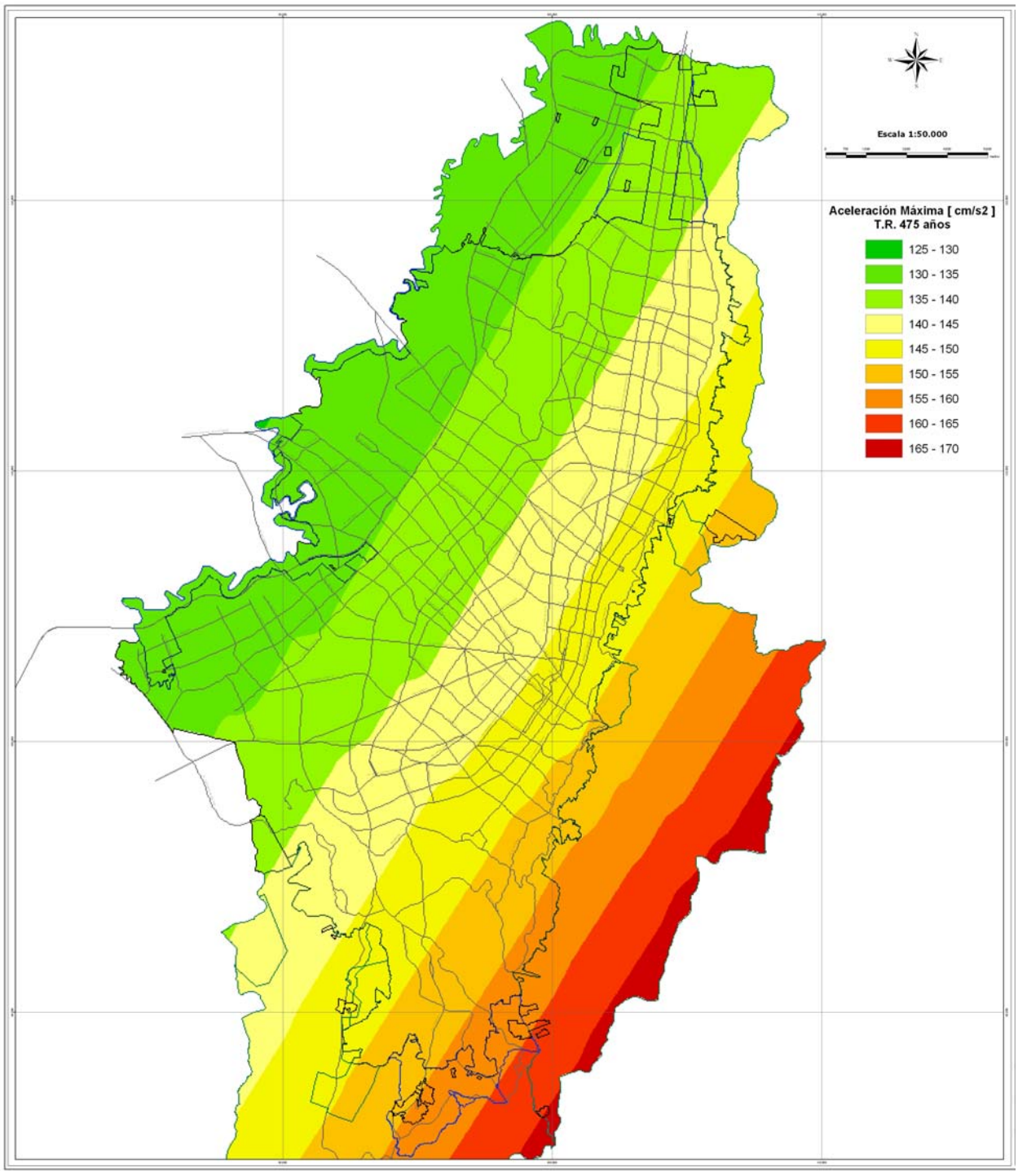


Figura 2.6 Distribución de la aceleración máxima en terreno firme [cm/s²] para la ciudad de Bogotá (Periodo de Retorno de 475 años)

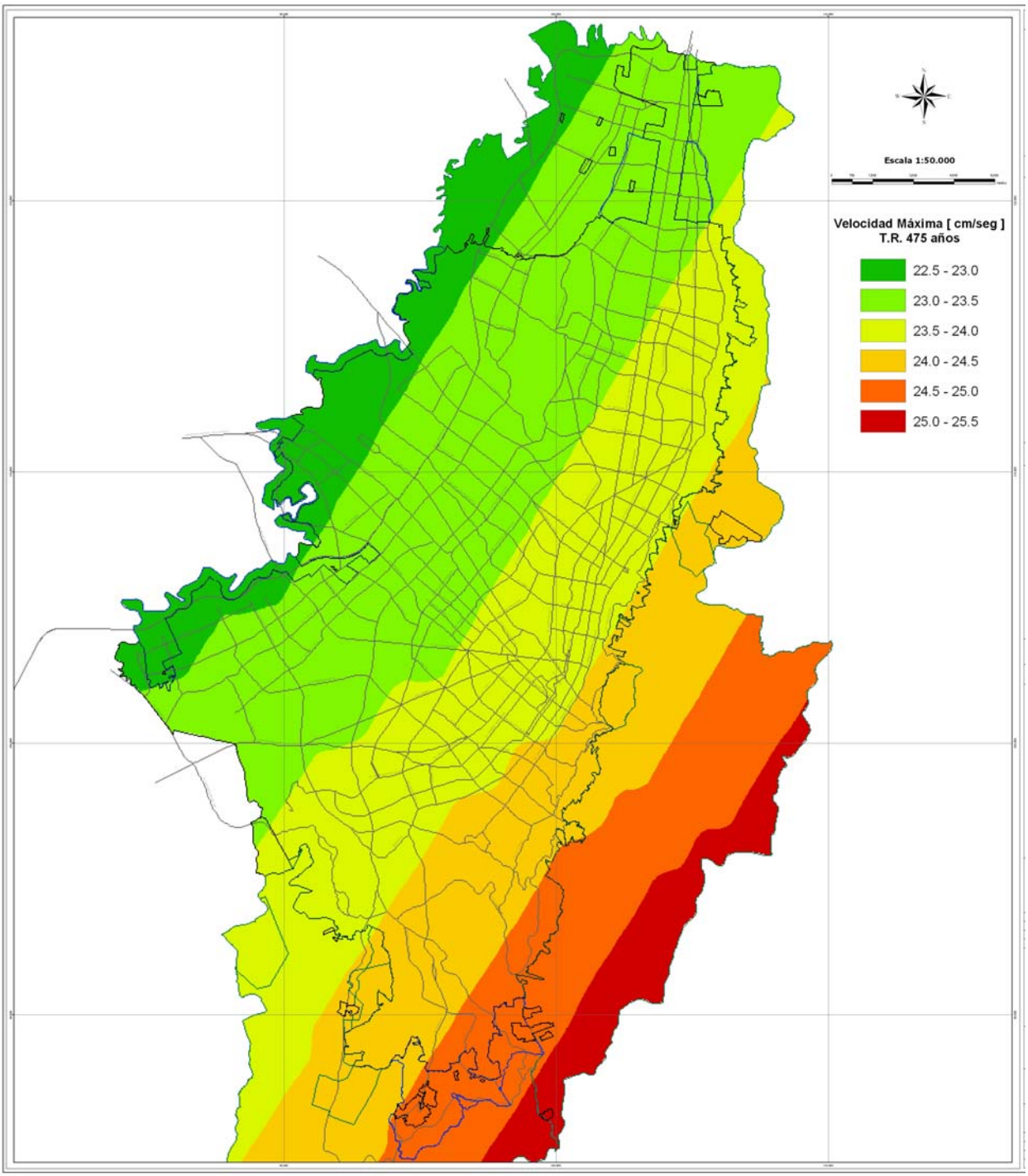


Figura 2.7 Distribución de la velocidad máxima en terreno firme [cm/s] en la ciudad de Bogotá (Periodo de Retorno de 475 años)

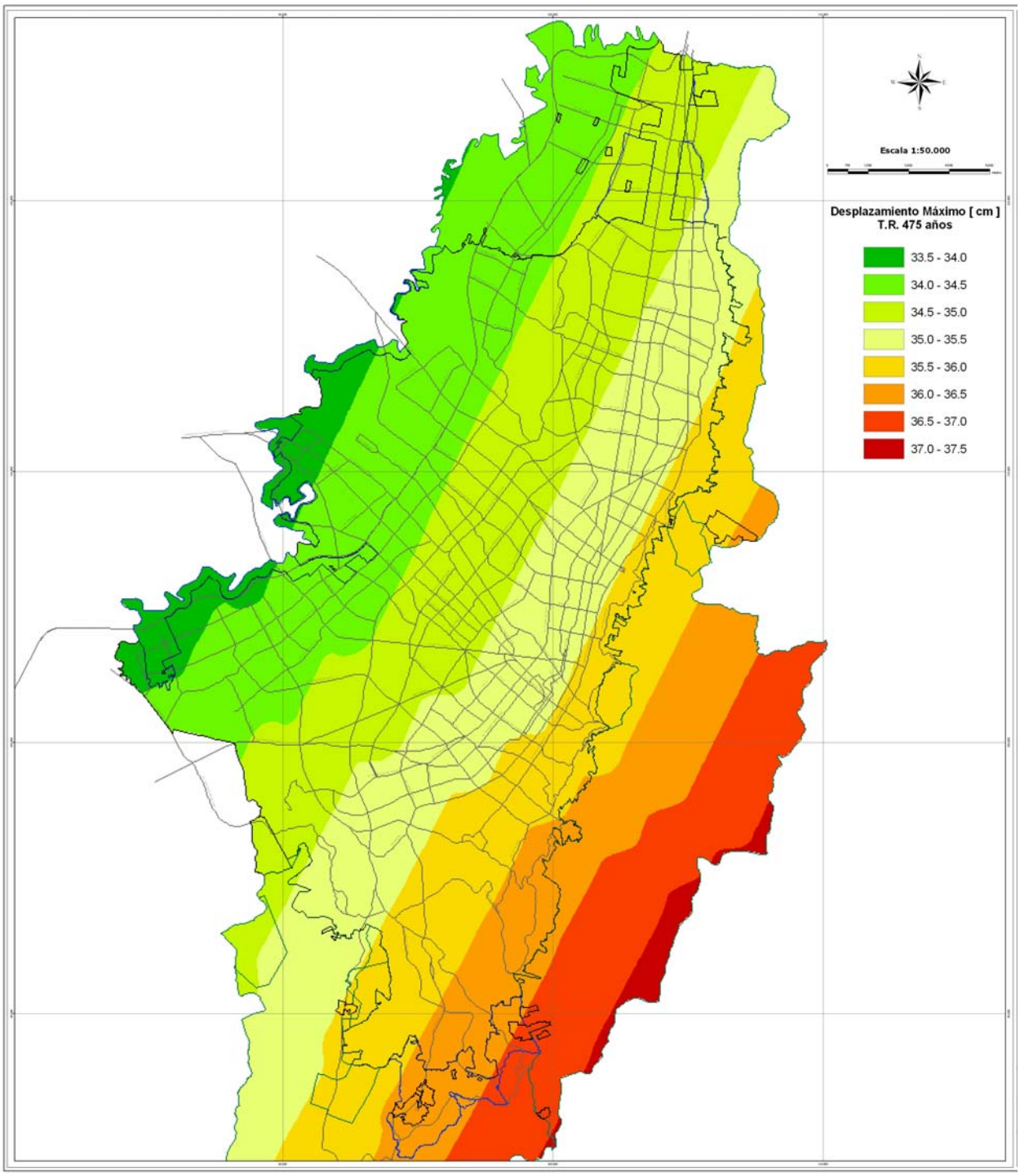


Figura 2.8 Distribución del desplazamiento máximo en terreno firme [cm] en la ciudad de Bogotá (Periodo de Retorno de 475 años)

2.4.1.2 Tasas de Excedencia y aceleraciones máximas en terreno firme

En la Figura 2.9 se presentan las tasas de excedencia en terreno firme de la aceleración máxima del suelo para cada una de las fuentes que aportan amenaza a la ciudad de Bogotá. En la misma Figura se presenta además la tasa total, es decir, la que resulta de sumar las contribuciones de todas las fuentes, para la aceleración máxima sobre terreno firme. Si sobre la Figura 2.9 se establece una tasa de excedencia para un estado de funcionalidad determinado es posible trazar líneas horizontales que intersectan las curvas de las tasas de las diferentes fuentes que aportan amenaza a la ciudad. Por ejemplo, al establecer un periodo de retorno de 475 años como se explicó anteriormente, (tasa de 0.0021 sismos/año) resulta posible encontrar los puntos de aceleración máxima de cada fuente sobre la ciudad. Además siguiendo la teoría clásica de amenaza sísmica es posible calcular la amenaza total de la contribución de todas las fuentes en la ciudad. i

Para un período de retorno de 475 años se obtiene una aceleración máxima probable en terreno firme del orden de 0.17 g (170 gales) en la ciudad de Bogotá la cual debe compararse con la aceleración local máxima probable de 0.20 g establecida en el Estudio General de Riesgo Sísmico de Colombia adelantado por la AIS y adoptada por el Decreto Reglamentario 33 de 1999 de la Ley 400 de 1998.

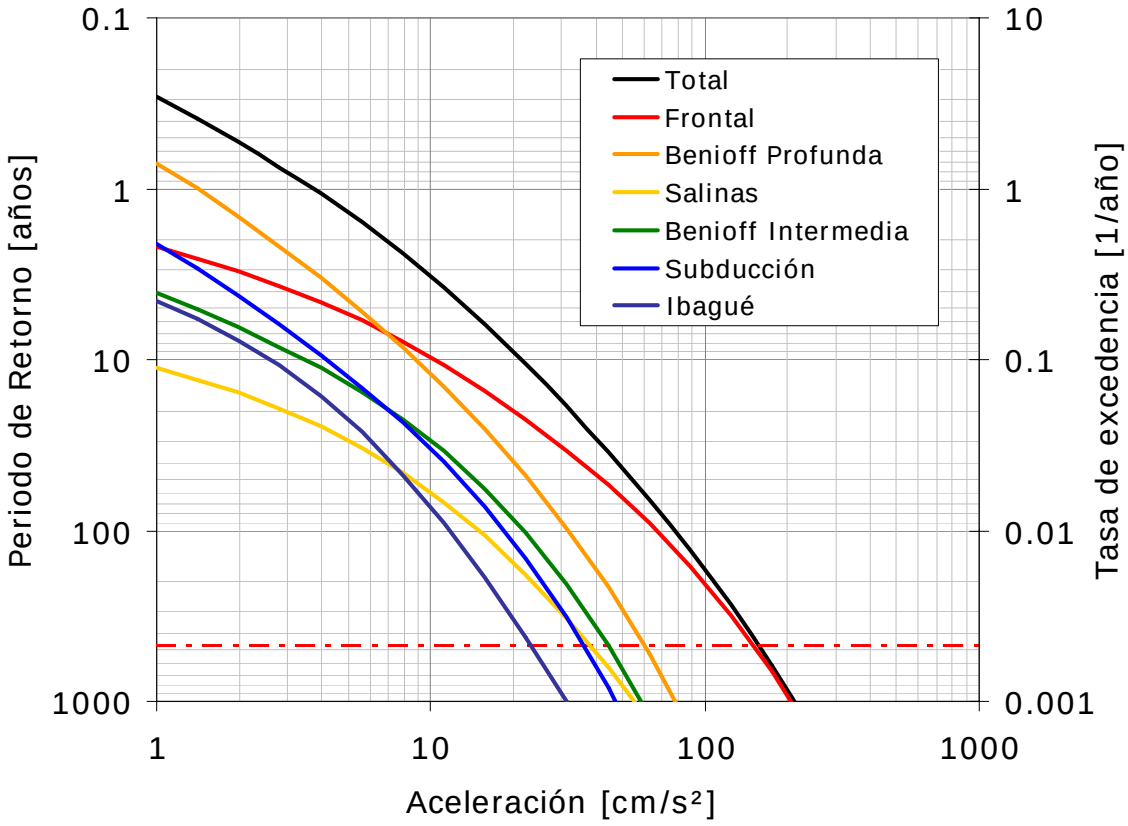


Figura 2.9 Curva de Amenaza para la ciudad de Bogotá

2.4.1.3 Participación por fuente en la amenaza en terreno firme

La participación relativa de cada una de las fallas se presenta en la Figura 2.10. En esta figura se indica en términos de porcentaje la importancia relativa de la aceleración máxima del suelo de las fuentes que aportan amenaza a la ciudad para un periodo de retorno de 475 años. Sin embargo estas contribuciones varían considerablemente dependiendo del contenido frecuencial y de la distancia media de las fuentes, por lo que dicha participación puede verse afectada para tasas de excedencia en períodos estructurales medios y altos.

El cálculo anterior se realizó para unas coordenadas específicas en el centro de la ciudad. Sin embargo es de mucha importancia conocer la distribución geográfica de la amenaza para terreno firme dentro de la región donde se encuentra circunscrita esta, por lo cual el cálculo de las tasas de excedencia se amplió para toda la región. De acuerdo con esto es posible generar mapas de igual tasa de excedencia (o período de retorno) de la intensidad de interés, en este caso mapas de aceleración máxima del suelo para diferentes periodos de retorno.

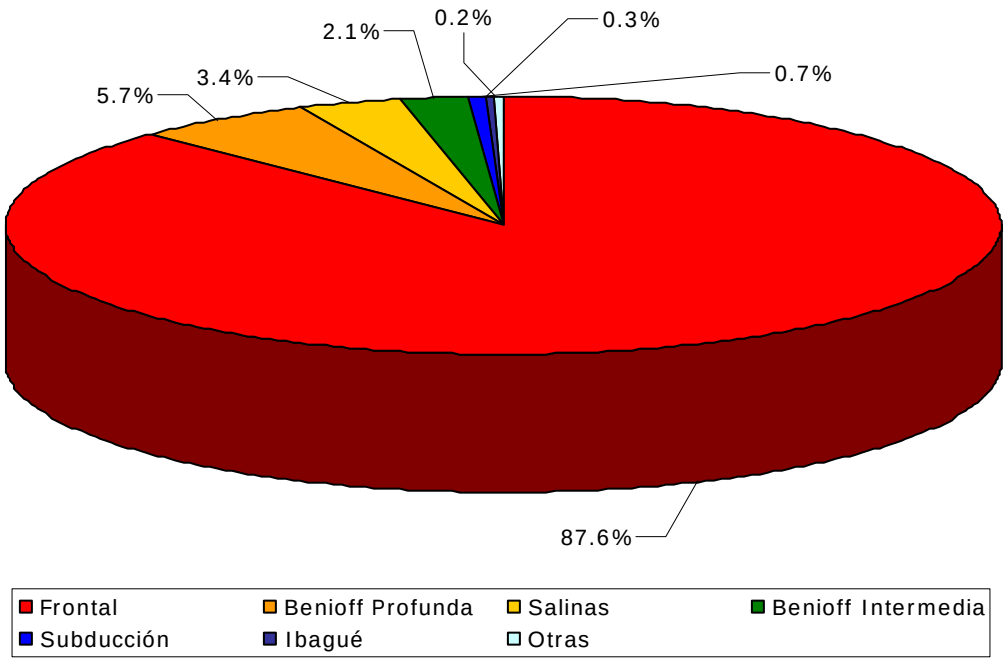


Figura 2.10 Distribución de la amenaza por fuentes para la ciudad de Bogotá

2.4.1.4 Desagregación de la amenaza por magnitud y distancia

En la Figura 2.11 se presenta la desagregación de la amenaza sísmica en función de las diferentes combinaciones de magnitud y distancia para un periodo de retorno de 475 años. Se observa como los eventos que tienen una mayor contribución en la amenaza son aquellos con magnitudes entre 4.3 y 5.1 con distancias hipocentrales entre 175 y 225 km, y eventos con magnitudes entre 5.4 y 6.5 con distancias hipocentrales entre 350 y 400 Km.

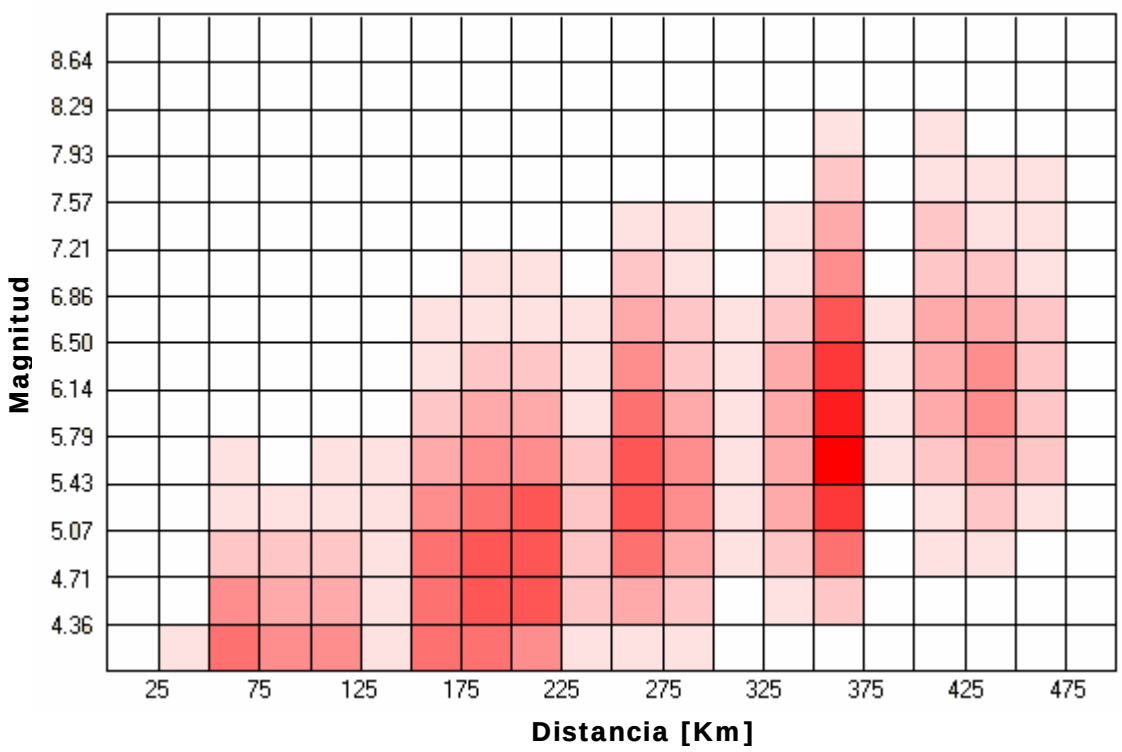


Figura 2.11 Distribución de la amenaza para la ciudad de Bogotá en función de la magnitud y la distancia

2.4.1.5 Espectros de amenaza uniforme en terreno firme

Un análisis clásico de amenaza sobre las leyes de atenuación espectrales de aceleración (Ver Anexo 2.1), permite encontrar las tasas de excedencia de diferentes parámetros sísmicos. En las Figuras 2.12 a 2.14 se presentan los espectros de amenaza uniforme para terreno firme calculados a diferentes períodos de retorno para la ciudad de Bogotá en términos de aceleración, velocidad y desplazamiento espectral.

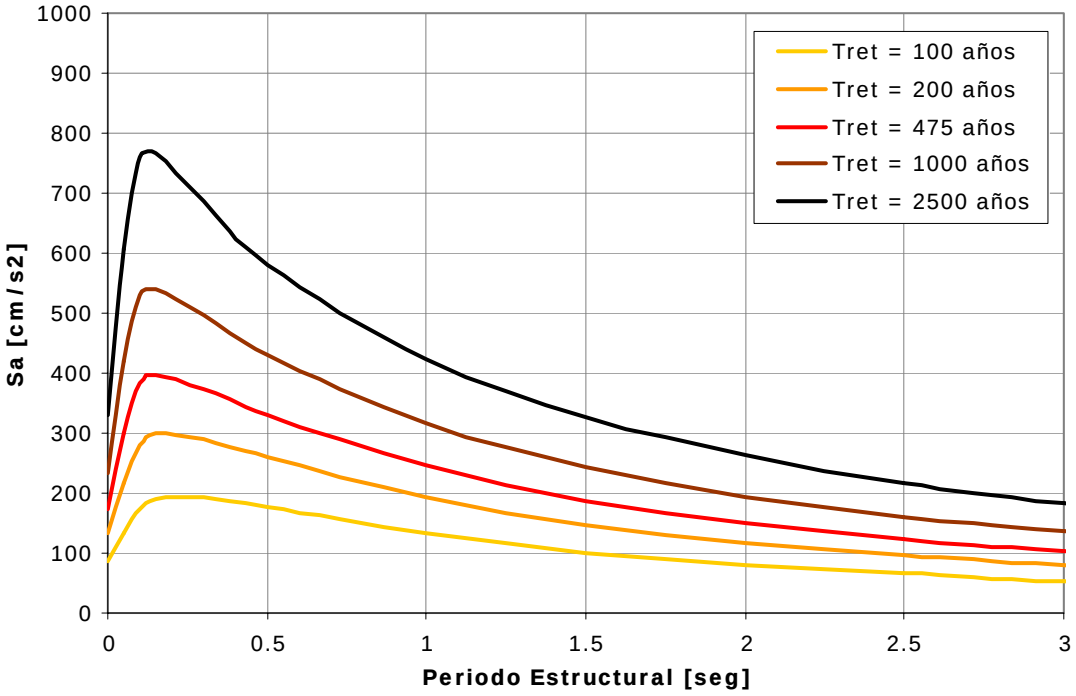


Figura 2.12 Espectros de peligro uniforme en términos de aceleración espectral

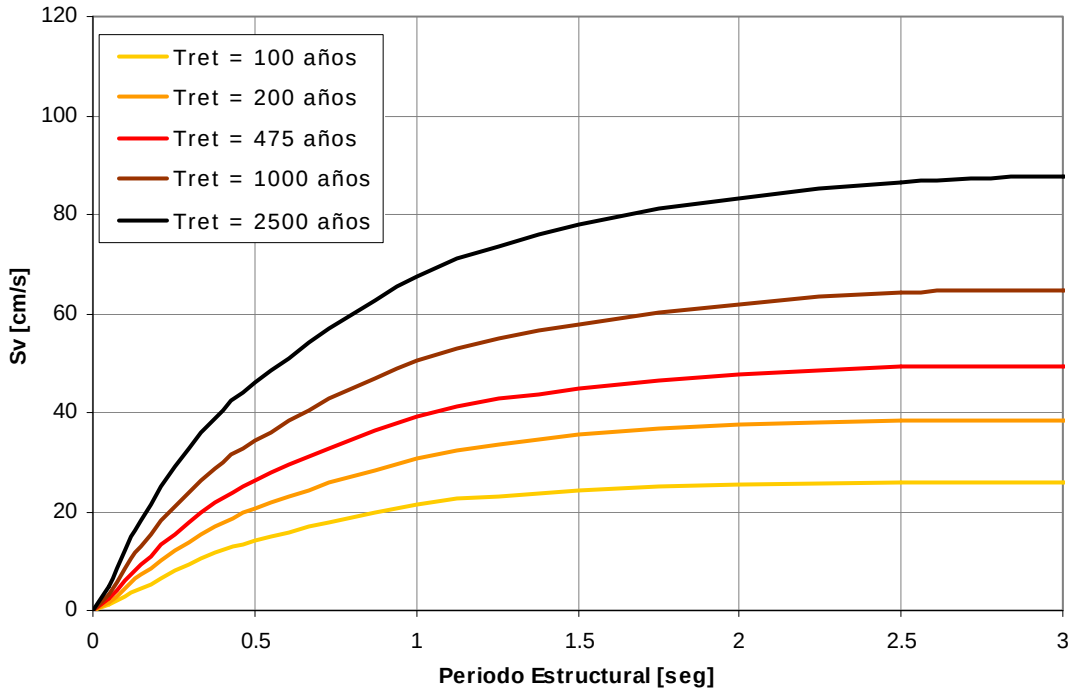


Figura 2.13 Espectros de peligro uniforme en términos de velocidad espectral

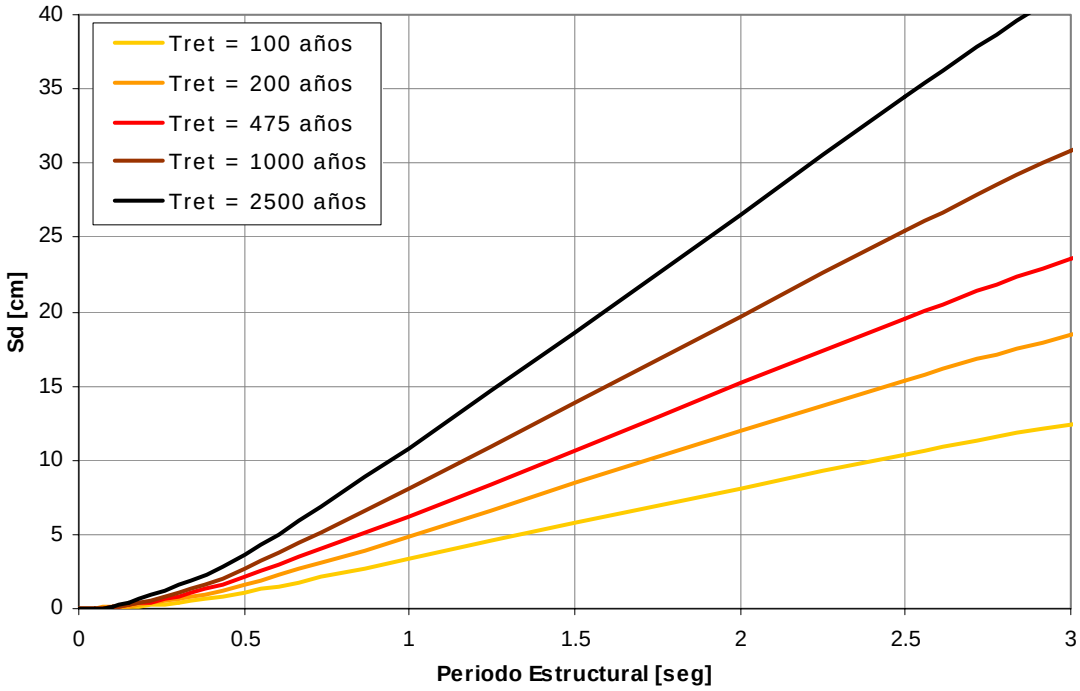


Figura 2.14 Espectros de peligro uniforme en términos de desplazamiento espectral

2.5 COMENTARIOS SOBRE LA METODOLOGÍA Y RESULTADOS

La evaluación de la amenaza sísmica a nivel nacional se adelantó en el año 1997 mediante el Estudio General de Amenaza Sísmica de Colombia llevado a cabo por la Asociación de Ingeniería Sísmica AIS. Este estudio sirvió de punto de referencia a nivel nacional en relación a la metodología a seguir en este tipo de estudios. Los resultados del mismo sirvieron de base para la adopción de las Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistentes, Decreto 33 de 1998, las cuales son de obligatorio cumplimiento en todo el territorio nacional.

El presente proyecto presenta una metodología de evaluación de la amenaza sísmica más moderna, completa y rigurosa, especialmente en el tratamiento de la incertidumbre general de las variables, aunque en términos generales se basa en la misma información que la anterior. Adicionalmente se cuenta en la actualidad con bases de datos un poco más completas y con algunos estudios locales que permiten mejorar en algún grado la confiabilidad general de resultados con respecto a modelos previos. Sin embargo y considerando que no se han producido eventos sísmicos importantes que modifiquen las bases conceptuales existentes, no es de preverse la ocurrencia de cambios drásticos en los resultados de amenaza de la zona.

La metodología permite en cambio generar información complementaria muy útil en términos de diferentes parámetros de amenaza tales como aceleraciones, velocidades y desplazamiento, parámetros que pueden llevarse a nivel de la roca base y a nivel de la superficie del terreno mediante una metodología consistente y rigurosa. Se plantean así leyes de atenuación de los diferentes parámetros (variación del parámetro con la distancia y la magnitud del sismo) incluso hasta el nivel de la aceleración espectral de respuesta estructural en condiciones no lineales. Estos parámetros, totalmente consistentes con los anteriores, permiten adelantar los diseños de diferentes componentes de la infraestructura con los parámetros sísmicos que mejor representan su respuesta sísmica (como es el caso de la velocidad para tuberías enterradas, aceleraciones para edificaciones menores de 1 y 2 pisos o desplazamientos para edificaciones de altura o puentes).

Algunas de las hipótesis o características del modelo de amenaza sísmica implementado, en comparación con los modelos anteriores, son las siguientes:

- La probabilidad que el foco del sismo se presente en cualquier punto de la falla es uniforme. El modelo utiliza esta suposición para dividir cada una de las fuentes sísmicas en pequeños triángulos (con menores dimensiones entre más cerca se esté del punto de análisis) y así poder suponer que estas subfuentes son fuentes puntuales.

- El sismo se origina en el foco y se propaga simétricamente a ambos lados del foco es decir el patrón de atenuación es esférico, por lo que en el modelo no existen diferencias entre los valores de aceleración horizontal en dos componentes ortogonales.

- El valor de cualquier parámetro de intensidad en el sitio de interés es una función de la magnitud y la distancia más corta entre la distancia de ruptura y el sitio de análisis (distancia hipocentral). La relación que existe entre estas variables está representada en las leyes de atenuación.

- El modelo utiliza planos inclinados para representar las fuentes sísmicas lo que permite tener en cuenta el buzamiento de las fallas. Los modelos anteriores utilizaban en general modelos de falla de línea ubicados a una profundidad constante a lo largo de la falla.

Esta refinación en el modelo minimiza los problemas asociados al análisis para sitios muy cercanos a las fuentes sísmicas.

- Los resultados de amenaza en terreno firme son muy sensibles a la variación de parámetros tales como la magnitud última y la distancia promedio de las fuentes sísmicas al punto de análisis. En este punto se requiere un gran esfuerzo para mejorar la calidad de la información neotectónica, en especial lo relacionado con la geometría tridimensional de la falla y con la caracterización de magnitudes máximas, lo cual solo puede realizarse mediante trabajos de campo que incluyan la realización de trincheras en las zonas de fallas activas.

Aspectos adicionales que deben analizarse se centran en la determinación de los períodos de retorno para el diseño. Ha sido usual en Colombia trabajar con 475 años que corresponde a una probabilidad de excedencia del 10% en un lapso o tiempo de exposición de 50 años. Este período de referencia ha sido tomado de la normativa americana que ha usado este valor por varias décadas. Sin embargo recientemente se han empezado a utilizar periodos de retorno diferentes a los tradicionalmente empleados. El caso de Estados Unidos se fundamenta en la necesidad de contar con mapas de amenaza para eventos de alta capacidad destructiva para la evaluación de daños potenciales de compañías de seguros. En dichos casos se han utilizado mapas para períodos de retorno de 2500 años. Por otro lado en el caso de México se utilizan periodos de retorno para el diseño de estructuras por debajo de los 475 años. Este es un aspecto que requiere evaluación cuidadosa a nivel de política y normativa nacional.

2.6 BIBLIOGRAFÍA

Aguilar A., Arboleda J. & Ordaz M., 1999. Programa Crisis 99. Programa para calcular el Riesgo Sísmico.

Aki, K., 1988. Local Site Effects on Ground Motions, Earthquake Engineering and Soil Dynamics II- Recent Advances in Ground motion Evaluation, J.L. Von Thun (Editor), Geotechnical Special Publication No.20, Am. Soc. Civil Eng, New York, 103-155.

Ambraseys, N. N., & Tchalenko, J. 1927. Documentation of Faulting Associated With Earthquakes, Part I

Ambraseys, N. N., 1959. A note on the response of an elastic overburden of varying rigidity to an arbitrary ground motion, Bulletin of the Seismic Society of America, Vol. 49, No. 3, July 1959, pp. 211-220.

Ambraseys, N. N., 1960. On the seismic behaviour of earth dams Proceedings 2nd World Conference Earthquake Engineer, Tokyo, Japan, Vol II.

Ambraseys, N. N. & Sarma, S. K., 1967. The response of earth dams to strong earthquakes Geotechnique, Vol. 17 No 3, September 1967, pp. 181 – 213.

Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), 1997. Estudio General de Amenaza Sísmica de Colombia.

Bath, M. 1973. Introduction to Seismology, John Wiley and Sons.

Centro Regional de Sismología Para América del Sur. 1985. Proyecto SISRA, Sismicidad Regional Andina, Lima, Perú 1985.

Clough, R. W., & Chopra, A. K., 1966. Earthquake stress analysis in earth dams, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.92, EM2, Proceedings Paper 4793, April 1966, pp. 197-212.

Comunidad Económica Europea-Ingeominas., 1992. Microzonificación Sismogeotécnica de Popayán, Publicaciones Especiales Ingeominas #2, 1992.

Coppersmith, K. J., 1981. Probabilities of earthquake occurrences on San Andreas Fault based on geological risk. EOS, Vol. 62, No 17, pp.322.

Coppersmith, K. J. & Youngs R. R., 1986. Capturing uncertainty in probabilistic seismic hazard assessments with intraplate tectonic environments. Prooceedings, 3rd U. S. National Conference on Earthquake Engineering, Charleston, South Carolina, Vol. 1, pp. 301-312.

Corporación Autónoma Regional del Quindio, CRQ. Microzonificación Sísmica Preliminar de la Ciudad de Armenia – Quindio, Universidad de los Andes, Julio de 1997.

Corporación Autónoma Regional del Valle del Cauca CVC, Municipios de Palmira, Tulúa y Buga, UNIANDES, 2005. Microzonificación Sísmica y Estudios Generales de Riesgo Sísmico para las Ciudades de Palmira, Tulúa y buga.

Der Kiureghian, A. & Ang, H. S. 1975. A Line Source Model for Seismic Risk Analysis, University of Illinois, Series N419.

Donovan, N. C. 1973. Earthquake hazards for buildings Building practice for hazard mitigation, building Science Series 46 U.S. Department of Commerce Bureau of Standards.

Espinosa, A. 1996. Sismicidad histórica, Proyecto para la mitigación del riesgo sísmico de Pereira, Dosquebradas y Santa Rosa de Cabal", Carder - Universidad del Quindío.

Ferraro, A. 1983. Características de los Sismos Colombianos, Universidad de los Andes, IC

Gallego M. & Ordaz M. 1999. Construcción de leyes de atenuación para Colombia a partir de espectros fuente y teoría de vibraciones aleatorias, Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, Boletín técnico no. 53, Julio de 1999.

Gutenberg, B & Richter, C. F. 1942. Earthquake magnitude, intensity, energy, and acceleration. Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 46, pp. 104 – 145.

Housner, G. W., 1970. Strong Ground Motion, Prentice Hall Inc..

Ingeominas, 2.000. Geología de la Plancha 264 Espinal. Escala 1:100.000.Bogotá.

Ingeominas, Red Sismológica Nacional de Colombia RSNC, Catálogo de eventos sísmicos del territorio colombiano. Consulta en línea. 2006

Instituto Geofísico Universidad Javeriana, 2004. SIGHypo V 1.1.46 – Catálogo Histórico de Eventos Sísmicos para Colombia.

Instituto Geofísico de la Universidad Javeriana, Consultoría Colombiana S.A., Microzonificación Sísmica Preliminar de Ibagué, 2000**.**

ITEC Ltda.. Actualización de la Información Sísmica de Colombia 1988. , Informe preparado para ISA.

Kanai, K., 1950. The effect of solid viscosity of surface layer on the earthquake movements, Bulletin Earthquake Institute, Tokyo University, Vol. 28, 1950, pp. 31-35.

Kanai, K., 1952. Relation between the nature of surface layer and the amplitude of earthquake motions, Bulletin Earthquake Institute, Tokyo University, Vol. 30, 1952, pp. 31-37.

Kanai, K., 1961. An empirical formula for spectrum of strong earthquake motions, Bulletin Earthquake Institute, Tokyo University, Vol. 39.

Kramer, S. L. 1996. Geotechnical Earthquake Engineering, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458.

Oficina para la Prevención de Emergencias OPES, Dirección Nacional para la Prevención y Atención de Desastres DNPAD, INGEOMINAS, UNIANDES., 1996. Proyecto Microzonificación Sísmica de Santafé de Bogotá. Subproyecto No 11 Zonificación Sísmica..

Newmark, N. & Rosenblueth, E., 1972. Fundamental of Earthquake Engineering, Van Nostrand.

Newmark, N; Blume, J.; Kapur, K. 1973. Design Response Analysis For Nuclear Reactor Power Plants, Seminario Int. Ingeniería Sísmica, Universidad de los Andes.

Newmark, N.; Hall, W. 1982. Earthquake, Spectra and Design, EERI Monograph Series.

Observatorio Sismológico del Sur Occidente Colombiano, OSSO, 2004. Catálogo Sísmico Preliminar Red SW Colombiano 1987 – 1992. Octubre 2004.

Ojeda, A. E. & Martínez, S. E., 1999. Modelo para la atenuación de la energía sísmica en Colombia a partir de sismos registrados por la Red Nacional de Acelerógrafos. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, Boletín técnico No. 53, Julio de 1999.

Ordaz, M., 1999. Notas de clase de Ingeniería sísmica, Universidad de los Andes.

Page, W.D., & James, M.E. 1981. Tectonic subsidence and evidence for the recurrence of large magnitude earthqueakes near Bahia Solano, Colombia, Resumenes, III Congreso Colombiano de Geología, Medellín: Instituto Nacional de Investigaciones Geológico Mineras, Sociedad Colombiana de Geología and Universidad Nacional de Colombia. p. 19.

Page, W.D., 1983. Popayán earthquake of March 31, 1983, geologic and seismologic aspects. Newsletter, Earthquake Engineering Research Institute v.17 No. 4, pag. 51-53.

Page, W.D. 1986. Seismic geologic and seismicitv of Northwestern Colombia informe ISA. pag. 156.

París, G & Marín, P., 1979. Generalidades acerca de la Geología del Departamento del Cauca. INGEOMINAS. Popayán. p.39.

París, G., Marín, W., Romero, O. & Wagner, J.J., 1989. Actividad Neotectónica en el Suroccidente de Colombia. Memorias Seminario Taller sobre Desastres Naturales. Popayán noviembre 1-4 de 1989, en prensa. 1989

París, G., Marín, W., Sauret, B., Bles, J.L., & Vergara, H., 1992. Rasgos Morfotectónicos en la zona de Popayán y alrededores. Memorias I Seminario Andino de Geología Ambiental. I Conferencia Colombiana de Geología Ambiental. III Conferencia de Riesgos Geológicos del Valle de Aburrá. Medellín, Colombia.

París, G. & Sauret, B., 1993. Subproyecto Neotectónica. Proyecto Colombo Europeo No. CCE NA 84/03. INGEOMINAS-BRGM-ADK-KS Microzonificación Sismogeotectónica de Popayán (en preparación). Paris, G. Sismotectónica del Occidente de Colombia, dentro del proyecto Gersco, Ingeominas 1993.

Paris, G., Machette, M., Dart, R. & Haller, K. 2000. Map and Database of Quaternary Faults and Folds in Colombia its Offshore Regions. USGS Open-File report 00-0284. Map at 2,500,000 scale and report, 66 pp.

Pennington, W. 1981. La Subducción de la Cuenca Oriental de Panamá y la Sismotectónica del Noroeste de Sur América, Proyectos Nariño II y III Instituto Geofísico de los Andes Colombianos. Bogotá 1981.

República de Colombia. 1998**.** Ley 400 de 1997 y Decreto 33 de 1998, Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismorresistente, NSR-98.

Richter, C. F. 1958. Elementary Seismology, W. H. Freeman Company.

Sarria, A. 1984. Tectónica y Sismicidad Colombianas, Seminario Sobre Riesgo Sísmico y el Código Colombiano de Construcciones Sismo Resistentes, Medellín 1984.

Sarria, A. 1990. Ingeniería Sísmica, Ediciones Uniandes.

Schnabel, B; Lysmer, J; Seed, H. B. 1972. SHAKE A Computer Program for the Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites, University of California, Berkeley, EERC Report 72-12-1972.

Slemmons, D.B. 1977. State of the Art for assessing earthquake hazards in the Unites States – U.S. Army Miscellaneous paper S. 73.I.

Slemmons, D.B. 1977. Faults and earthquake magnitude, Miscellaneous Paper S-73, report 6, U. S. Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station, Vicksbourg, Mississippi, 129 pp.

Slemmons, D.B. 1982. Determination of design earthquakemagnitudes for microzonation. Proceedings, 3rd International Earthquake Microzonation Conference, Seattle, Washington, Vol. 1, pp. 119 -130.

Toussaint, H. F. & Restrepo, J. J., 1989. Terrenos Alóctonos en los Andes Colombianos; Explicación de algunas paradojas Geológicas, Quinto Congreso Colombiano de Geología; Bucaramanga 1989. Memorias publicadas por Ingeominas.

Toussaint, H. F. & Restrepo, J. J., 1989. Acreciones Sucesivas en Colombia. Un Nuevo Modelo de Evolución Geológica. Quinto Congreso Colombiano de Geología; Bucaramanga 1989. Memorias publicadas por Ingeominas.

U.S GEOLOGICAL SURVEY CIRCULAR 1045. Lessons Learned from the Loma Prieta Earthquake, October 17, 1989, first printing.

Wastergaard, H. M., 1993. Earthquake shock transmission in tall buildings, Engineering Newsrecord, Vol. III, pp. 654-656, November 1933.

Woodward-Clyde Consultants. 1983. Seismic Hazard Evaluation Calima III Proyect, Colombia: unpublished report for Integral-Planes and ISA. 116 pp, plus appendices and figures.

ANEXO 2.1 - METODOLOGÍA DE CÁLCULO DE AMENAZA SÍSMICA

Introducción

La amenaza sísmica de una zona determinada depende de un gran número de variables, algunas de las cuales pueden ser imposibles de cuantificar, al menos en la actualidad. Sin embargo, se han desarrollado modelos simplificados que permiten estimar las variables fundamentales involucradas en el cálculo de la amenaza sísmica, lo cual que permite dar un tratamiento científico al problema.

En el presente estudio se ha desarrollado una metodología de cálculo de la amenaza basada en la teoría sismológica clásica. Con base en la sismicidad de las fuentes del territorio y en las leyes de atenuación de los diferentes parámetros sísmicos, es posible identificar la amenaza sísmica de todas las fuentes que pueden generar efectos importantes sobre la ciudad de Bogotá en términos de espectros de amplitudes de Fourier (EAF), de la aceleración máxima del suelo o de aceleraciones máximas para diferentes ordenadas espectrales. El resultado de este tipo de análisis son tasas de excedencia asociadas a períodos de retorno. Una vez seleccionado el período de retorno, por ejemplo de 475 años como lo establece la ley 400 de 1998, se puede definir entonces el valor del parámetro sísmico de interés.

En este Anexo se presentan las bases conceptuales utilizadas en el proyecto de Actualización de la Información Sísmica de la Ciudad de Bogotá para la estimación de la amenaza sísmica mediante el uso de Espectros de Amplitudes de Fourier (EAF).

Amenaza Sísmica

La amenaza sísmica se cuantifica en términos de los periodos de retorno (o sus inversos, las tasas de excedencia) de intensidades sísmicas relevantes en el comportamiento de las estructuras. La tasa de excedencia de una intensidad sísmica se define como el número medio de veces, por unidad de tiempo, en que el valor de esa intensidad sísmica es excedido.

Es posible determinar la amenaza sísmica contando las veces en que se han excedido valores dados de intensidad en el sitio de interés. Sin embargo, la determinación directa rara vez se puede realizar porque no se dispone de catálogos completos de las aceleraciones que han producido en un sitio los sismos pasados. Por lo anterior, resulta necesario calcular la amenaza sísmica de manera indirecta. Para ello, se evalúa primero la tasa de actividad sísmica en las fuentes generadoras de temblores, y después se integran los efectos que producen, en un sitio dado, los sismos que se generan en la totalidad de las fuentes. A continuación se describe, la manera de hacer la evaluación de la amenaza sísmica. La primera parte a investigar es la tectónica del territorio y la sismicidad que las fuentes generan en una región determinada.

Tectónica colombiana

Colombia es un ambiente interesante desde el punto de vista de la sismo tectónica, ya que sobre su territorio se han podido identificar los límites de tres placas continentales. Estas placas (Nazca, Caribe y Sur América) interactúan creando esfuerzos de compresión, tracción y corte dentro de la región. Como consecuencia de lo anterior se presentan flexiones y cizallas que generan acumulación de energía. Las zonas más activas sísmicamente hablando, están localizadas en la región andina del país (Figura 1), la cual esta compuesta por tres cordilleras: occidental, oriental y central; de estas la más antigua es la central y la más reciente es la oriental, (Sarria, 1995) conformando un ambiente morfológico complejo que en la actualidad sigue siendo motivo de investigación. Las fuentes con mayor sismicidad se describen brevemente a continuación.

Zona de Subducción: presenta muchos hipocentros de sismos con M>5, esta Subducción se ha dividido en dos zonas principales. Segmento Sur: corresponde a la zona en las inmediaciones de la frontera de Colombia y Ecuador, aproximadamente desde la latitud 1N hasta la latitud 5.5N. Segmento Norte: desde la latitud 6.5N hasta 7.4N, en su extremo norte encuentra la prolongación de la Fosa centroamericana;. A esta actividad se le debe la fuerte actividad en la zona limítrofe de Colombia y Panamá. Son notables las concentraciones de epicentros en las zonas como el limite Colombia-Panamá, región del antiguo Caldas y el Nido de Bucaramanga; estas son las zonas del país donde existe el mayor amenaza sísmico actualmente. Han sido localizadas zonas de Benioff en el ambiente de subducción (Figura 1), las cuales han sido identificadas mediante la ubicación de los hipocentros, esto ha llevado a establecer que dichas zonas son más superficiales mientras más al norte se encuentren, y más profundas mientras más al sur, lo cual involucra necesariamente un cambio en buzamiento de las zonas subducidas.

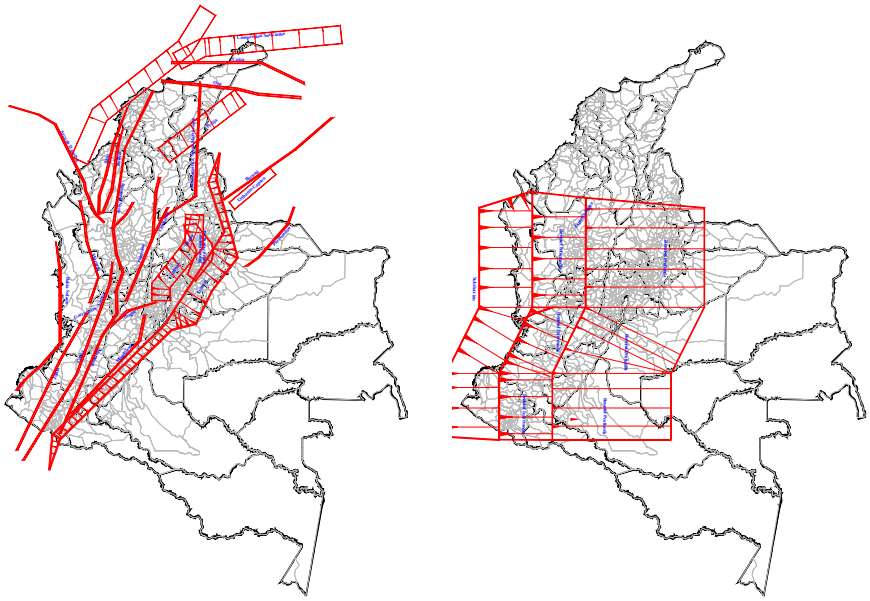


Figura 1 Izquierda: Distribución de las fuentes continentales que generan amenaza en el territorio colombiano; derecha: Distribución de zonas de subducción y de Benioff en el territorio que generan amenaza significativa

Además de subducción existen en el territorio una serie de fallas geológicas activas, las cuales se encuentran limitadas por la zona de Subducción y la falla Frontal de la Cordillera Oriental. La mayor parte de estas fallas tienen dirección N-S; las que revisten mayor importancia son la Romeral y la Frontal cuyas características más importantes se anotan a continuación:

Falla Romeral: Su traza atraviesa Colombia de norte a sur en una longitud de mas de mil kilómetros, conformando un amplio corredor, que en algunos sectores tiene decenas de kilómetros, dentro del cual se desprenden muchas ramas o pequeñas fallas, que han provocado tragedias como la de Popayán (1983) y Armenia (1999). En su tramo norte la actividad se ve fuertemente reducida. Esta falla constituye la mayor amenaza sobre ciudades como Medellín, Manizales, Armenia y Pereira (de hecho fue la culpable del reciente sismo en Armenia), que se encuentran a unos cuantos kilómetros de su traza.

Falla Frontal: Divide el territorio Andino y los llanos orientales que hacen parte del Escudo Guayanés. Es posible que esta falla conforme el limite suroriental de la placa Caribe; algunos autores han tejido la idea a partir de la sismicidad, de una nueva microplaca denominada "*Macondo*", lo cual no tiene sustento suficiente aun. Sobre su zona sur se han localizado importantes eventos con magnitudes próximas a 7 y profundidades bajas, sobre todo en la zona del departamento de Huila. En su parte norte la sismicidad es mas moderada y existen estudios detallados (debidos a grandes proyectos hidroeléctricos como Guavio y Chivor) que muestran que la actividad y el amenaza son intermedios aunque no bajos, debido a que se ha identificado una especie de brecha sísmica en este sector. Esta falla impone el máximo amenaza sobre Santa Fe de Bogotá que se encuentra a tan sólo decenas de kilómetros. A pesar de ser estas fuentes las más estudiadas existen además muchas más fallas en el territorio colombiano. Una descripción detallada se puede consultar en el estudio de amenaza sísmica de Colombia (AIS, 1996)

Sobre los mecanismos focales no existe aun un estudio detallado de las fallas en el territorio y esto constituye motivo de investigación actual. De todas formas a pesar de la escasa información recogida, varios investigadores han planteado la posibilidad de un límite sur oriental de la placa Caribe a lo largo del flanco oriental de la cordillera oriental de Colombia, justamente en la falla Frontal. En el país desde hace más de tres décadas se han realizado trabajos de investigación de las diferentes fallas para la evaluación de la amenaza y amenaza sísmico; para el primer código sismorresistente de Colombia (CCCSR-84) se realizó un primer estudio de estas, que permitió definir 32 sistemas de fallas.

Con base en información tectónica y sismológica, el estudio de amenaza sísmica de Colombia AIS (1996) realizó un análisis para determinar los parámetros de sismicidad más relevantes tales como, frecuencia de sismos, λ, pendiente de la curva de recurrencia beta, β y magnitudes máximas, M_u y mínimas, M_o de cada fuente; en todos los casos se usó una base de datos correspondiente al lapso de 1957 a 1995. En la derivación de estas variables se introduce una primera incertidumbre correspondiente a la asignación de eventos a las fuentes; sobre todo en la zona andina donde muchas fuentes se encuentran superpuestas (Figura 1).

Tabla 1 Parámetros de sismicidad de las fuentes activas de Colombia (adaptada de AIS, 1996)

FUENTE	M_0	M_u	λ_0 (#eventos / año)	β	Prof. Prom(Km)
Arco de Dabeiba	4.0	6.5	0.21	1.043	30
Bahia Solano	4.0	7.5	0.606	0.988	28
Benioff Intermedia 1*	4.0	8.0	0.228	0.945	72
Benioff Intermedia 2*	4.0	8.0	0.152	0.945	72
Benioff Intermedia 3*	4.0	8.0	0.380	0.945	72
Benioff Profunda	4.0	7.5	6.450	1.643	165
Boconó	4.0	8.0	0.052	0.770	38
Bolivar	4.0	6.0	0.051	0.464	16
Bucaramanga-Sta Marta Norte	4.0	6.5	0.105	1.732	29
Bucaramanga-Sta Marta Sur	4.0	6.5	0.264	1.474	39
Cauca	4.0	7.0	0.132	0.700	26
Cimitarra	4.0	6.5	0.078	1.637	16
Compresión Sur Caribe-E	4.0	6.0	0.105	2.188	27
Compresión S. Caribe-O	4.0	6.0	0.131	1.209	27
Cuiza	4.0	7.0	0.105	1.274	24
Espiritu Santo	4.0	6.5	0.105	1.339	32
Fallas del Magdalena	4.0	7.0	0.078	1.852	19
Frontal Cordillera Oriental	4.0	8.0	1.160	0.988	22
Garrapatas	4.0	6.5	0.105	2.123	30
Ibagué	4.0	6.5	0.394	2.697	31
Junin-Sambiambi	4.0	7.0	0.052	1.384	33
Murindó-Atrato	4.0	7.5	0.843	1.057	18
Normal Panamá Pacifico	4.0	7.0	0.184	1.583	24
Oca	4.0	7.4	0.053	1.113	23
Palestina	4.0	6.5	0.132	1.344	21
Perijá	4.0	6.5	0.157	1.415	24
Puerto Rondón	4.0	6.5	0.078	0.616	19
Romeral	4.0	7.6	0.215	1.037	28
Romeral-Norte	4.0	6.5	0.052	0.849	40
Salinas	4.0	6.5	0.158	1.997	30
Sinú	4.0	6.0	0.105	0.531	23
Súarez	4.0	6.5	0.105	1.686	33
Subducción	4.0	8.6	7.890	1.393	26
Uribante-Caparo	4.0	7.0	0.079	0.758	18

** División fuente Benioff Intermedia*

El Estudio AIS (1996) realizó los análisis de regresión para los parámetros siguiendo un modelo de regresión simple, sin considerar el tratamiento bayesiano que es usado en muchos países. Esto no es un inconveniente mayor en las fuentes con mucha información; sin embargo, en las fuentes de pocos registros la variación puede ser grande. El estudio propuso los valores para 32 fuentes reconocidas como activas en el territorio colombiano. Estas fuentes se pueden observar en la figura 1 donde se aprecia una gran afluencia de fallas en el territorio andino de la nación, las cuales efectivamente son las que generan una gran concentración de epicentros. En la Tabla 1 se muestran los valores de los parámetros de sismicidad de las fuentes activas correspondientes al modelo sin segmentación (los parámetros del modelo con segmentación de las fuentes sísmicas que se encuentran en la región del Valle del Cauca se presentan en el capítulo de amenaza sísmica); estos parámetros son los mismos que los determinados en el estudio AIS (1996) con la excepción de la zona de Benioff intermedia, que fue subdividida por razones que van más allá del alcance de este estudio.

Modelo de sismicidad local de Poisson.

En un modelo de sismicidad de Poisson, la actividad de la i-ésima fuente sísmica se especifica como función de la tasa de excedencia de las magnitudes, $\lambda(M)$, que ahí se generan. La tasa de excedencia de magnitudes mide qué tan frecuentemente se generan en una fuente temblores con magnitud superior a una dada. En el presente estudio, para todas las fuentes sísmicas la función $\lambda(M)$ es una versión modificada de la relación de Gutenberg y Richter (1944). En estos casos, la sismicidad queda descrita de la siguiente manera (Cornell y Vanmarcke, 1969):

$$\lambda(M) = \lambda_0 \frac{e^{-\beta M} - e^{-\beta M_u}}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}} \qquad (1)$$

donde M_0 es la mínima magnitud relevante, tomada igual a 4.0 en este estudio. λ_0, β, y M_U son parámetros que definen la tasa de excedencia de cada una de las fuentes sísmicas. Estos parámetros, tomados del estudio AIS (1996) se presentan en la Tabla 1. En la Figura 2 se muestran dos tasas de excedencia para zonas sísmicas distintas, una para una zona de alta sismicidad capaz de generar sismos con M>8 y otra de sismicidad intermedia.

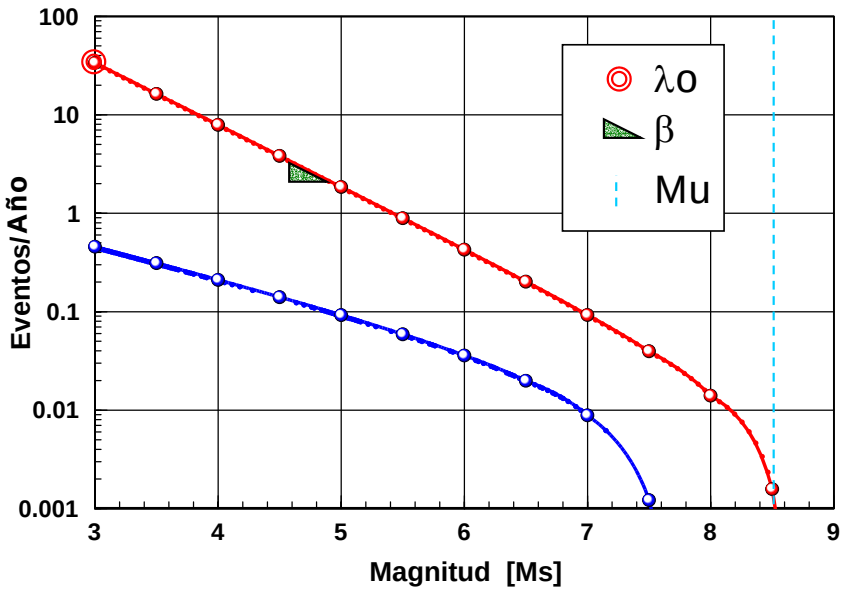


Figura 2 Tasas de excedencia de fuentes para el modelo de sismicidad de Poisson.

Atenuación de las ondas sísmicas.

Una vez determinada la tasa de actividad de cada una de las fuentes sísmicas, es necesario evaluar los efectos que, en términos de intensidad sísmica, produce cada una de ellas en un sitio de interés. Para ello se requiere saber qué intensidad se presentaría en el sitio en cuestión, hasta ahora supuesto en terreno firme, si en la i-ésima fuente ocurriera un temblor con magnitud dada. A las expresiones que relacionan magnitud, posición relativa fuente-sitio e intensidad se les conoce como *leyes de atenuación,* a las cuales se pretende evaluar a continuación.

Usualmente, la posición relativa fuente-sitio se especifica mediante la distancia focal, es decir, la distancia entre el foco sísmico y el sitio. Las leyes de atenuación pueden adoptar muy diversas formas. En este estudio se utilizan diferentes leyes de atenuación dependiendo del tipo de sismo o mecanismo focal, esto es, sismos de subducción o sismos continentales. Como se verá más adelante, se considera que las intensidades sísmicas relevantes no son sólo las ordenadas del espectro de respuesta de seudoaceleraciones, sino que además intervienen otras medidas complementarias de intensidad. A continuación se describe el procedimiento de construcción de leyes de atenuación de espectros de amplitudes de Fourier *(EAF)*, las cuales mediante procesos teóricos permiten el cálculo de leyes de atenuación de intensidades sísmicas comúnmente usadas en el diseño de estructuras.

Espectros de Amplitudes de Fourier (EAF)

Una señal cualquiera (como por ejemplo una señal sísmica) puede ser representada mediante una suma de infinitas señales sinusoidales con diferentes amplitudes, frecuencias fundamentales y fases. Para representar una señal en el dominio de la frecuencia de forma completa se requieren conocer las amplitudes asociadas a cada frecuencia de vibración (Espectro de Amplitudes de Fourier) y el corrimiento o desfase en el tiempo de cada una de las señales sinusoidales (Espectro de Fase). En un gran número de problemas de la ingeniería solo es posible estimar el Espectro de Amplitudes de Fourier, por lo cual la representación en el dominio de la frecuencia no es completa. Sin embargo, el Espectro de Amplitudes de Fourier tiene la información básica para estimar parámetros de interés, como la amplitud máxima que puede tomar una señal en un periodo de tiempo.

La ecuación utilizada para el cálculo del Espectro de Amplitudes de Fourier es la siguiente:

$$X(\Omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-i\Omega_k n} \qquad (2)$$

En donde:

N es el número de puntos de la señal
k es un número entero entre 0 y *N* -1

$$\Omega_k = \frac{2\pi}{N} k$$

En la Figura 3 se presenta un ejemplo de cómo se compone una señal con base en señales sinusoidales de diferente amplitud y frecuencia, adicionalmente se presenta los espectros de amplitudes de Fourier para cada uno de los señales sinusoidales y la señal resultante. Se observa como el Fourier de la señal resultante es la suma de los Espectros de Fourier de las señales sinusoidales que componen la señal resultante.

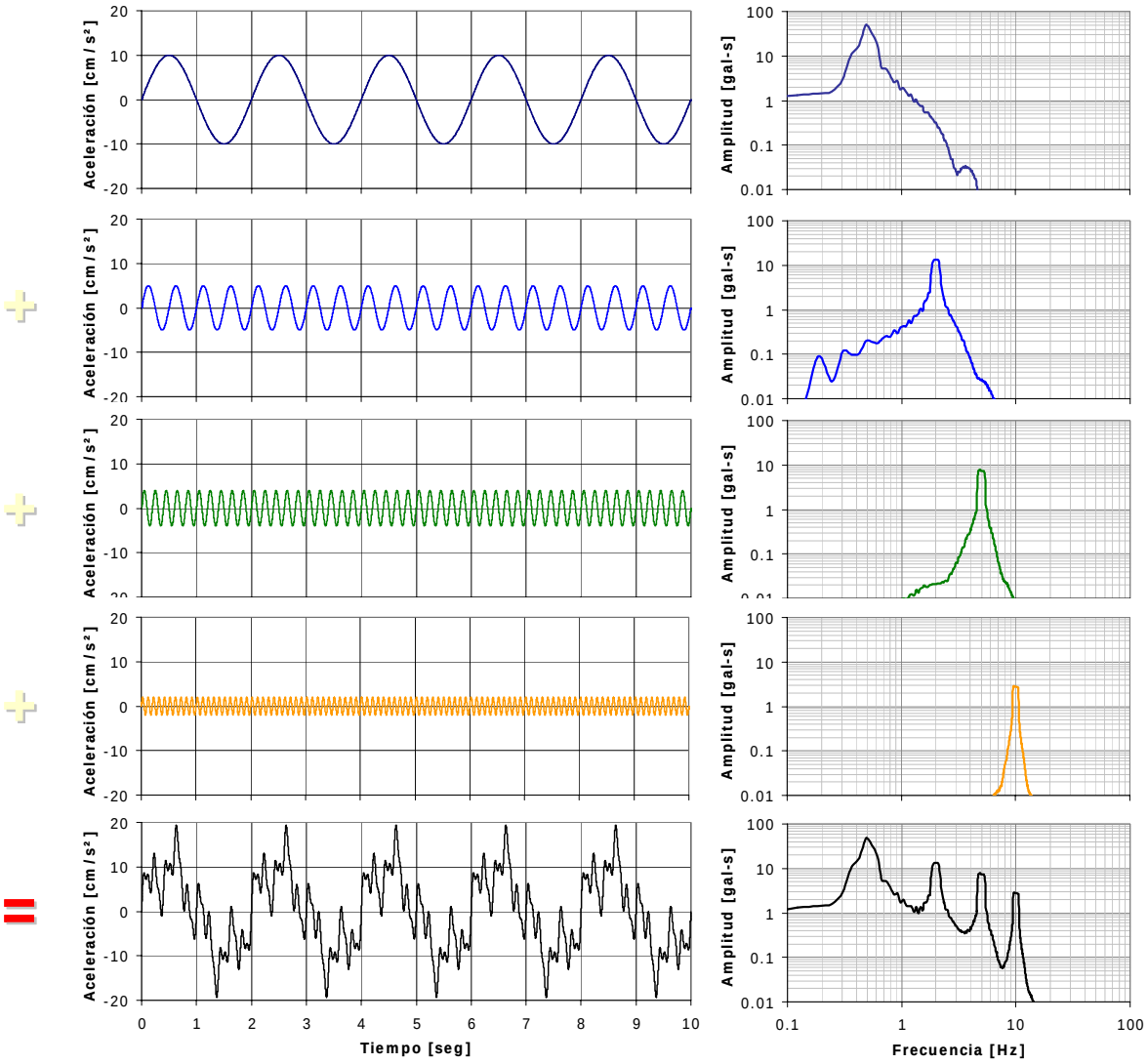


Figura 3 Representación mediante una suma de señales sinusoidales y su representación en el dominio de la frecuencia

Caracterización de los Espectros de Amplitudes de Fourier (EAF).

En los últimos 70 años sismólogos de todo el mundo han desarrollado relaciones con las cuales se puede predecir el Espectro de Amplitudes de Fourier dados una Magnitud y una Distancia. A continuación se explican los detalles de la teoría que permite representar las leyes de atenuación de EAF. Para ello será necesario definir la forma matemática como se definen los desplazamientos de las fuentes cuando ocurre un sismo y el contenido de frecuencia que genera dicho movimiento a partir de mecanismos de dislocación sismologicamente aceptados.

La sacudida de un sismo en un lugar cualquiera puede ocurrir debido a temblores próximos o lejanos. En el primer caso el movimiento es rico en altas frecuencias, mientras que en el segundo caso la mayor parte de la energía del espectro se sitúa en las zonas de periodos largos. La influencia sobre una estructura con un periodo propio característico será, por tanto,

muy diferente según sea su distancia al foco sísmico. Por lo cual se impone la necesidad de definir claramente cuándo un sismo puede considerarse próximo y cuándo no. Con esta finalidad, en sismología se han acuñado los conceptos de campo cercano y campo lejano.

Para grandes longitudes de onda y distancias, similares a las dimensiones de la fuente, los temblores pueden modelarse como fuentes puntuales; el uso de fuentes puntuales ha permitido un considerable avance en la descripción de fuentes más complejas, en particular las de origen tectónico. Desde el punto de vista sismológico un emplazamiento puede considerarse situado en campo lejano cuando su distancia al origen es suficiente como para atenuar las ondas de cuerpo. Desde este punto de vista las ondas, caracterizadas por el predominio de las bajas frecuencias, pueden ser aproximadas con un frente plano y analizadas usando la teoría de rayos. Algunos fenómenos físicos que afectan la propagación de ondas, como la dispersión, la atenuación, y la difracción, cobran gran importancia en este caso y son motivo de investigación por parte de la sismología moderna.

Dado que el tamaño del terremoto es clave para acotar el campo lejano, a veces la otra zona, -el campo cercano -, ha sido definido en ingeniería como la región en torno a la fuente sísmica situada a una distancia más pequeña que la longitud de la fractura, parámetro que como se explicará más adelante se relaciona directamente con la magnitud del sismo. Para este caso el foco dejará de ser puntual y comenzará a tener dimensiones finitas. En cualquier caso, en el campo cercano las ondas sísmicas poseen siempre alta frecuencia y por tanto pequeña longitud de onda.

Los problemas sísmicos fueron abordados inicialmente en el campo lejano, principalmente debido a que los equipos de registro desarrollados fueron sismógrafos, fácilmente saturables a distancias cercanas del foco. Posteriormente se desarrollaron equipos capaces de registrar altas frecuencias, lo cual permitió obtener registros sísmicos que han favorecido el estudio del proceso de fractura en el foco. Se han propuesto muchas teorías y modelos que se han comparado con las observaciones, la mayoría de ellos basados en la teoría de dislocaciones o en teorías generalizadas de fuentes puntuales, en las cuales la propagación de la fuente simula el fenómeno de ruptura.

La comprensión del problema sísmico dio un paso fundamental cuando en 1910 Shida observó que la polaridad del primer impulso de la onda *P* registrada en una estación sísmica dependía del azimut de la estación respecto al epicentro. En otras palabras, la primera llegada era hacia arriba, indicando compresión del suelo sobre el sismómetro, o hacia abajo indicando dilatación, los detalles se pueden consultar en Sarria (1995).

Esto hizo ver que el mecanismo que origina un terremoto no puede ser de tipo explosivo ya que a este siempre lo corresponderían polaridades compresivas. Observaciones más completas permitieron comprobar que la distribución de polaridades dividía el área alrededor del epicentro en cuatro regiones de similar extensión, de manera que los cuadrantes con predominio de compresiones estaban limitados por los de dilataciones. La distribución de ondas que modela una fuente es comúnmente llamada patrón de radiación y es motivo permanente de investigación por parte de sismólogos.

Patrón de Radiación

La solución para el campo de desplazamientos en un medio elástico, infinito, homogéneo e isotrópico debido a una carga puntual, fue planteada hace mas de un siglo y medio por Stokes (1849); sin embargo, sólo hasta principios del siglo XX Nakano la aplicó para representar eventos sísmicos; fue él, quien considerando una carga puntual con una variación *f(t)*, dedujo el campo de desplazamiento en coordenadas cartesianas de la siguiente forma:

$$u=\frac{1}{4\pi\rho}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\phi-\psi)+\nabla^2\psi\right\} \tag{3}$$

$$v=\frac{1}{4\pi\rho}\left\{\frac{\partial^2}{\partial y^2}(\phi-\psi)\right\} \tag{4}$$

$$w=\frac{1}{4\pi\rho}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}(\phi-\psi)\right\} \tag{5}$$

donde *u*, *v* y *w* son los desplazamientos en las direcciones *x*, *y* y *z* respectivamente; las funciones potenciales ϕ y ψ están definidas como:

$$\phi=\frac{1}{r}F\left(t-r/\alpha\right) \tag{6}$$

$$\psi=\frac{1}{r}F\left(t-r/\beta\right) \tag{7}$$

siendo α y β, las velocidades de onda dilatacional (onda *P*) y cortante (onda *S*) respectivamente, *r* la distancia al epicentro y *F(t)* esta relacionada con *f(t)* mediante:

$$f(t)=\frac{\partial^2 F(t)}{dt^2} \tag{8}$$

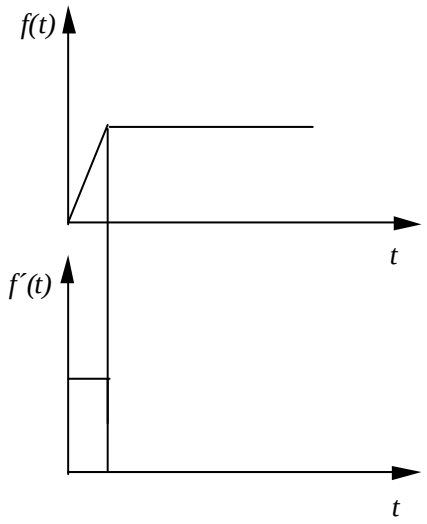


Figura 4 Variación de uno de los pares en el origen

El movimiento puede descomponerse en desplazamientos radiales y transversales, y haciendo los respectivos cambios de coordenadas; a partir de la solución de las ecuaciones 3-5 pueden obtenerse las correspondientes a combinaciones de fuerzas puntuales que dan origen a diferentes mecanismos focales.

Una explosión, por ejemplo, puede ser representada por seis fuerzas que se generan de un punto hacia fuera en cada uno de los ejes coordenados; un sólo par de fuerzas sobre un plano genera equilibrio en desplazamientos pero tiene un momento resultante; asimismo la aplicación de cuatro fuerzas, es decir un doble par sobre cuadrantes (figura 5) opuestos, genera en un sistema con fuerzas y momentos nulos; este es conocido como fuente puntual de doble par.

Debido a esta característica de resultante nula, la fuente de doble par es empleada con frecuencia para representar temblores, pues en ellos las fuerzas están en equilibrio antes y después del sismo. De las ecuaciones 3-5 puede obtenerse que la solución para el doble par esta dada por:

$$u=-\frac{1}{4\pi\rho}\left\{2\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}(\phi-\psi)+\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\psi\right\} \quad (9)$$

$$v=-\frac{1}{4\pi\rho}\left\{2\frac{\partial^3}{\partial y^2\partial x}(\phi-\psi)+\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\psi\right\} \quad (10)$$

$$w=-\frac{1}{4\pi\rho}\left\{2\frac{\partial^3}{\partial y\partial x\partial z}(\phi-\psi)\right\} \quad (11)$$

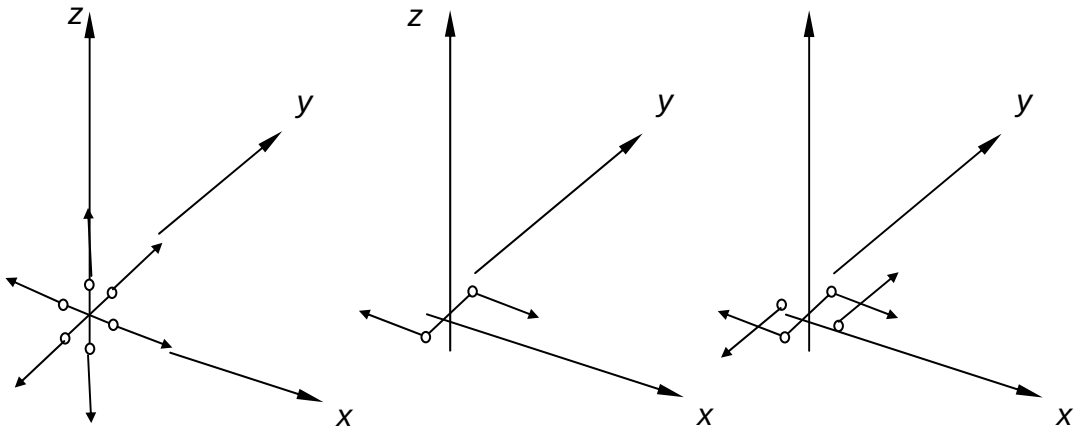


Figura 5 Izquierda: Combinaciones de cargas puntuales para un centro de dilatación; centro: mismas consideraciones para un par simple; derecha: mismas consideraciones para un par doble

en donde las relaciones 9-11 siguen siendo validas, pero *f(t)* representa los pares. Para el campo lejano los campos de desplazamientos en coordenadas esféricas pueden escribirse como:

$$u_r = \frac{1}{4\pi\rho}\frac{1}{\beta^3 r} H_1(t,r,\alpha,\beta)\, Sen^2\theta Sen(2\phi) \quad (12)$$

$$u_\theta = \frac{1}{4\pi\rho}\frac{1}{\beta^3 r} H_2(t,r,\alpha,\beta) Sen\theta Cos\theta Sen(2\phi) \quad (13)$$

$$u_\phi = \frac{1}{4\pi\rho}\frac{1}{\beta^3 r} H_3(t,r,\alpha,\beta) Sen\theta Cos(2\phi) \quad (14)$$

donde u_r, u_θ y u_ϕ son los desplazamientos en coordenadas esféricas y H_1, H_2 y H_3, son funciones que se pueden obtener de forma similar a ϕ y ψ. Los desplazamientos de esta forma generan las amplitudes que terminan denominándose sismogramas en diferentes direcciones, tal y como se muestran en la figura 6 para el caso de *f(t)* mostrado en la figura 4.

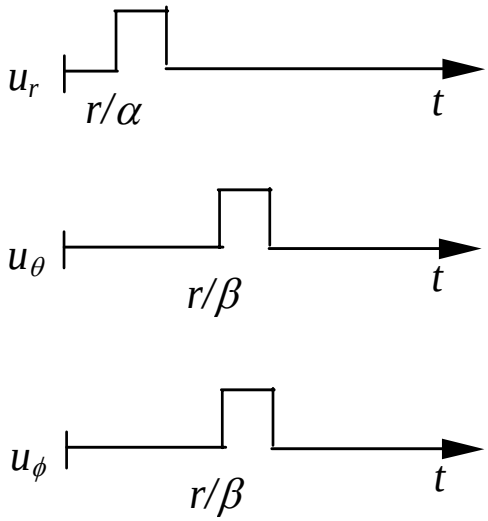


Figura 6 Sismogramas típicos en el campo lejano debido al modelo de par doble.

Los patrones de radiación definen la forma en que se distribuyen angularmente las ondas generadas de la fuente. Por ejemplo, considerando el campo lejano y las ecuaciones de desplazamiento 12-14, si θ=90° los desplazamientos radiales u_r, provocados en este caso por las ondas *P*, estarían modulados por la función *sen2*φ y los desplazamientos u_φ, generados por las ondas *S*, lo serian por la función *cos2*φ. De esta forma los patrones de radiación de ondas *S* y *P* se encuentran desfasados como se pueden ver en la figura 7.

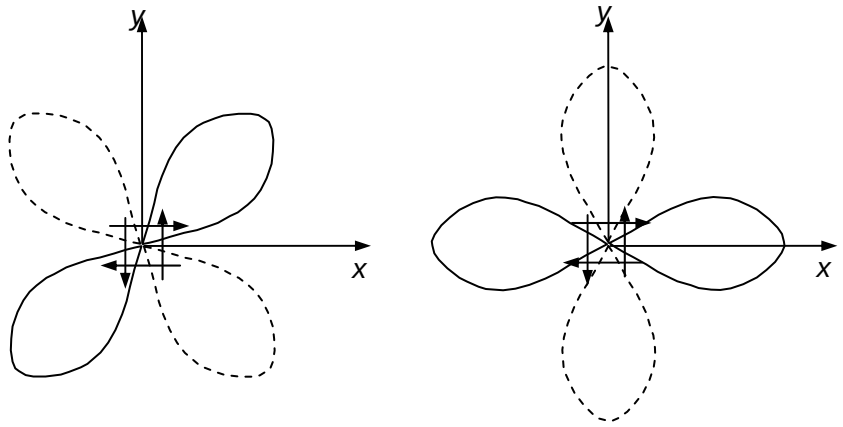


Figura 7 Izquierda: Patrón radiación de ondas P para modelo de doble par modulado por las ecuaciones 12-14; Derecha: Patrón de radiación de ondas S para modelo de doble par.

Caída de esfuerzos y Momento Sísmico

Knopoff (1958) mostró la relación entre los desplazamientos permanentes del terreno y algunos parámetros característicos de una fuente en un semiespacio infinito en el cual estableció un campo de desplazamiento $u_2=u_3=0$ y $u_1\neq 0$ de manera que en coordenadas cartesianas el único esfuerzo presente es $\sigma_{21}=S$. y que el ancho de la falla se denomina D en el plano x_1-x_3, como se indica en la Figura 8. De esta manera para que el corte este libre de esfuerzos se deberá encontrar un campo de desplazamiento con $\sigma_{21}=-S$ y la ecuación de equilibrio quedará descrita en términos de:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2}=0 \qquad (15)$$

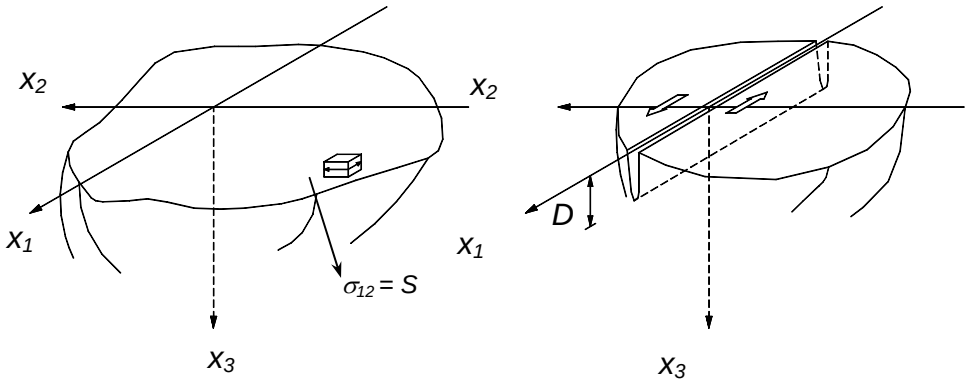


Figura 8 Izquierda: Semiespacio con σ_{12} = S; Derecha: Corte profundidad D

la solución del desplazamiento según Knopoff será:

$$u_1 = \frac{SD}{\mu}\left(1-\left(\frac{x_3}{D}\right)\right) \rightarrow x_3 \le D$$

(16)

$$\sigma_{21} = \left\{ \begin{array}{l} -S \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow x_3 \le D \\ S\left[\frac{x_3}{\sqrt{x_3^2 - D^2}} - 1\right] \rightarrow x_3 \ge D \end{array} \right\}$$

introduciendo el concepto del desplazamiento relativo máximo de la superficie igual a:

$$U_m = 2\frac{SD}{\mu} \qquad (17)$$

es posible estimar el esfuerzo asociado a ese desplazamiento, es decir si $\Delta\sigma = S$; entonces la ecuación anterior se transforma en :

$$\Delta\sigma = \frac{1}{2}\frac{U_m \mu}{D} \qquad (18)$$

donde $\Delta\sigma$ es un esfuerzo cortante al que se le suele llamar caída de esfuerzos y es la diferencia en los esfuerzos antes y después del movimiento. Para el caso de una falla con ancho *D* con desplazamiento relativo máximo U_m en la dirección en que se mide *D* se han encontrado soluciones del tipo:

$$\Delta\sigma = \frac{2(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}\frac{U_m \mu}{D} \qquad (19)$$

ahora, si $\lambda=\mu$ el factor de esta ecuación es 4/3; además si la falla es circular con radio r_0 equivalente se tiene que:

$$\Delta\sigma = \frac{7\pi}{24}\frac{U_m \mu}{r_0} \qquad (20)$$

La teoría de elasticidad estática permite la obtención de soluciones para el campo de desplazamientos dado lo que sucede en una región donde ocurre una dislocación. La teoría de dislocaciones nació con los trabajos de Volterra, pero Steketee (1958) la aplicó a la sismología con buenos resultados que permitieron estimar de manera confiable el valor del momento estadístico del doble par asociado a una dislocación en superficie plana. Usando la equivalencia con las fuerzas de cuerpo que ocasionan un movimiento relativo medio *U,* se obtiene el momento mencionado como: $M_0 = \mu UA$ donde *A* es el área de dislocación. Este resultado estático ha probado ser de gran utilidad al introducirse como variable en los problemas sismológicos y tiene relación con magnitudes asociadas con la energía liberada; dicha definición se debe a Aki (1966). Teniendo en cuenta que una aproximación valida resulta que:

$U_m=3/2U$, entonces la caída de esfuerzos se puede determinar a partir del Momento sísmico y para una falla circular idealizada como:

$$\Delta\sigma = \frac{7}{16}\frac{M_0}{r_0^3} \tag{21}$$

siguiendo lo anterior la energía total involucrada en la ruptura esta dada mediante:

$$E = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)UA \tag{22}$$

donde σ_1 y σ_2 son los esfuerzos antes y después de la ruptura, de tal suerte que $\Delta\sigma=\sigma_1-\sigma_2$. Ahora bien, parte de la energía, E_s, es radiada como ondas sísmicas y el resto, E_f, se pierde en forma de calor; por lo que la energía total es: $E=E_f+E_s$. Si E_f se define en términos del esfuerzo de fricción promedio de la falla, σ_f, mediante $E_f=\sigma_f UA$ entonces se obtendrá que la energía radiada estaría dada por:

$$E_S = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2 - 2\sigma_f)UA \tag{23}$$

esta expresión se puede rescribir introduciendo el concepto de eficiencia sísmica, Ψ de tal manera que:

$$E_s = \psi E \tag{24}$$

entonces usando ecuaciones que relacionan momento sísmico y energía se puede deducir que:

$$E_S = \frac{\psi(\sigma)M_0}{\mu} \tag{25}$$

donde $\Psi(\sigma)=\Psi/2(\sigma_1+\sigma_2)$, es igual al esfuerzo promedio aparente. Normalmente la energía sísmica se puede obtener del análisis espectral de sismogramas o de las relaciones energía-magnitud, de esta forma se puede calcular el esfuerzo promedio aparente; la determinación de la eficiencia es un poco más complicada ya que puede requerir determinar los esfuerzos instrumentalmente.

Savage y Wood, (1971) definieron la energía radiada como:

$$E_S = \left[\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} + (\sigma_2 - \sigma_f)\right]M_0/\mu \text{ donde } \sigma_a = \left[\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} + (\sigma_2 - \sigma_f)\right] \tag{26}$$

por lo que $E_S = \sigma_a M_0/\mu$ y σ_a es el denominado esfuerzo aparente; después de los avances en la definición del mecanismo generador de sismos, varios investigadores propusieron hipótesis sobre la magnitud de esfuerzos iniciales y finales con respecto a la caída de esfuerzos.

Orowan (1960) propuso que $\sigma_2 = \sigma_f$ y a partir de esta premisa obtuvo que $\Psi_f(\sigma) = 1/2\Delta\sigma$, donde Ψ_f es la eficiencia sísmica, por lo que la ecuación 26 que relaciona energía y momento se transforma en:

$$E_s = \frac{1}{2}\frac{\Delta\sigma M_0}{\mu} \qquad (27)$$

el esfuerzo aparente en el modelo de Orowan es: $\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\mu E_S}{M_0}$ (28)

Kanamori (1977) acogiendo el modelo de Orowan con relaciones de $\Delta\sigma/\mu \approx 10^{-4}$ encontró relaciones de la energía con el momento sísmico de la forma:

$$E_s = \frac{\Delta\sigma}{2\mu} M_0 \approx 5 * 10^{-5} \qquad (29)$$

Posteriormente Savage y Wood, (1971) propusieron que $\sigma_2 < \sigma_f$, modelo que se denominó "*overshoot*" y en este caso se obtuvo que:

$$\frac{\mu E_s}{M_0} < \frac{\Delta\sigma}{2} \text{ por lo que } \sigma_a < \frac{\Delta\sigma}{2} \qquad (30)$$

y Brune (1970) propuso que el esfuerzo final σ_2 fuera mayor el esfuerzo de fricción, σ_f ($\sigma_2 > \sigma_f$),en lo que se constituyó el modelo de caída de esfuerzo parcial, para lo que se obtiene una relación entre momento y energía de la forma:

$$\frac{\mu E_s}{M_0} > \frac{\Delta\sigma}{2} \qquad (31)$$

de esta forma el momento sísmico es, entonces, una medida de la energía sísmica liberada y un parámetro útil para la estimación de la magnitud del temblor. Así lo entendió Kanamori (1977) quien desarrolló la escala de Magnitud de momento basada en el momento sísmico. La escala extendió la aplicación de la escala de Richter de manera que se podían medir sismos de grandes magnitudes con mayor precisión. Ya que Richter determinó una expresión que relacionaba magnitud de ondas de superficie y energía radiada como: $\log E_s = 1.5 M_s + 11.8$; Kanamori hizó $M_s = M_w$ y supuso de forma aproximada usando el modelo de Orowan que $\frac{\Delta\sigma}{\mu} \approx 10^{-4}$ para llegar a que: $M_w = 2/3 \log M_0 - 10.73$

La ruptura se inicia en una zona relativamente pequeña que se considera puntual, una vez se sobrepasa la resistencia de los materiales de la corteza empieza un proceso dinámico de relajaciones y concentraciones súbitas de esfuerzos en diferentes regiones que hace que la ruptura se propague. A pesar de que se tenía la idea que ya que eran los esfuerzos cortantes los que generaban la ruptura y que la velocidad de propagación de la ruptura era similar a la velocidad de onda cortante, se ha descubierto por evidencia instrumental que esta parece ser el valor máximo para este fenómeno.

Espectro de amplitudes de desplazamiento y aceleración en campo cercano

Los espectros de amplitudes de Fourier de desplazamiento de sismos reales cerca al origen muestran una tendencia de decrecimiento con la frecuencia, por lo que algunos autores sugirieron la idea de que el decrecimiento fuera proporcional a ω^{-1}; de esta manera con dicho modelo y teniendo la historia de los desplazamientos en el borde de la falla de la forma:

$$U(t) = \frac{\sigma_a}{\mu}\beta\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \tag{32}$$

donde τ es el tiempo de la ruptura $\tau = L/v$, L es la longitud de ruptura. La transformada de Fourier de la ecuación anterior permitirá observar que:

$$U(\omega) = \frac{\sigma_a \beta}{\mu}\frac{1}{\omega\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}} \tag{33}$$

lo cual muestra la forma de decrecimiento espectral propuesta por las tendencias de los sismos reales. Al usar la definición estática de M_0 se tiene en cuenta que este puede determinarse con buena aproximación de espectros de amplitudes de Fourier de campo lejano en bajas frecuencias; esta condición se cumple si las longitudes de onda y la distancia a la fuente es grande. De esta forma los espectros de amplitudes de Fourier de las ondas *P* cuando a cada uno de los pares se les asigna una variación en el tiempo dada por una función de Heaviside multiplicada por M_o están dados en el campo lejano por:

$$U_P(\omega) = \frac{1}{4\pi R}\frac{M_0}{\rho\alpha^3}R_{\theta\phi P} \tag{34}$$

y el espectro de ondas *S* por:

$$U_S(\omega) = \frac{1}{4\pi R}\frac{M_0}{\rho\beta^3}R_{\theta\phi S} \tag{35}$$

donde $R_{\theta\phi P}$ es el valor cuadrático medio del patrón de radiación de ondas *P* y $R_{\theta\phi S}$ el de las ondas *S*. En 1923, Nakano mediante la teoría de elasticidad, suponiendo una tierra elástica, infinita e isotrópica dedujo los patrones de radiación para los modelos de par sencillo y par doble, esto llevo a la derivación de las primeras ecuaciones de desplazamiento para el modelo de par doble, que finalmente fue aceptado como correcto modelador del fenómeno. Se ha discutido mucho de la bondad de doble par para modelar temblores, debido a que el patrón de radiación en el campo lejano para las ondas *P* es el mismo que el del par simple; en el caso de ondas *S* no sucede así, sin embargo, el modelo de doble par fue ganando adeptos y en la década de los 60 era ya el modelo aceptado. De esta forma mediante el estudio de la polaridad de los primeros movimientos, se han podido establecer las características del patrón de radiación para el doble par que aproxima el inicio de un temblor y contar con información del mecanismo en la fuente. Lo anterior fue corroborado mediante estudios de mecanismos basados en las componentes de las ondas *S*, el ángulo de polarización o en ondas

superficiales, que permitieron establecer que el modelo de doble par de fuerzas es el que mejor describe el mecanismo focal de un terremoto.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, Haskell (1966) definió una función de dislocación de la forma $D(\zeta,,t)$, la cual es el desplazamiento de la discontinuidad a lo largo del plano de falla en el punto ζ y en el tiempo t. El plano de falla se extiende a lo largo del eje ζ (Figura 9 izquierda) y la función de dislocación es considerada como la dislocación promedio sobre el ancho w de la falla; se supone que la falla se acaba cuando $\zeta=L$, donde L es la longitud de la falla tal y como se muestra en la figura 10 derecha. De manera general la dislocación que sufre una falla se genera en un segmento de la misma y no en toda su extensión; mecánicamente es imposible que se genere un sismo de gran magnitud en un punto o segmento de falla corto, entonces, cuanto mayor sea la distancia de fallamiento, mayor será la magnitud y existen correlaciones con datos mundiales que han permitido relacionar la magnitud y la longitud de la falla de la forma: Bolt (1978):

$$M_s = 6.03 + 0.76 \log L \qquad (36)$$

Sin embargo, la ruptura que se observa en la superficie no necesariamente representa la extensión del plano fallado, debido a que muchas rupturas solo se extienden parcialmente hasta la superficie y la mayoría no se pueden observar del todo, pues ocurren a grandes profundidades o bajo el fondo oceánico, entonces, es necesario tener en cuenta este tipo de consideraciones; además, los tipos de fallas establecen diferentes formas de comportamiento en la longitudes de la ruptura por lo que son necesarias relaciones para cada tipo de fuente.

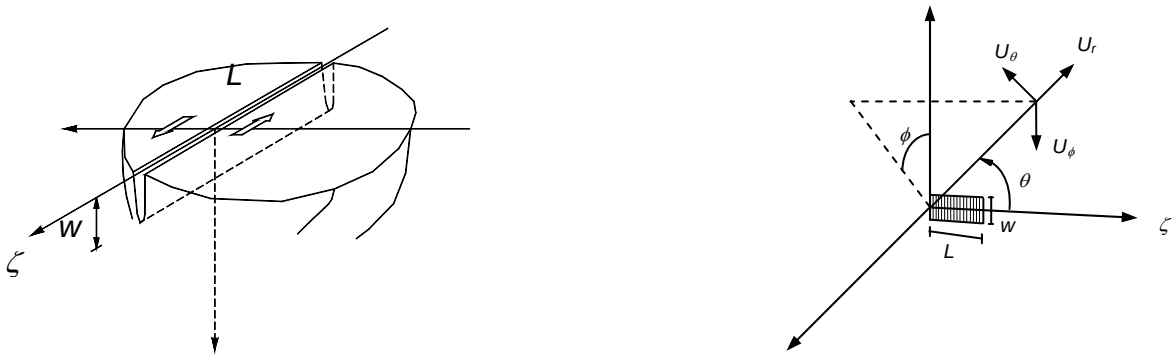


Figura 9 Izquierda: Diagrama de falla rectangular de Haskell; Derecha: Sistemas de referencia locales para una falla rectangular.

Para describir la fenomenología de la radiación de alta frecuencia provocada por temblores, a partir de estudio sismológicos, Aki (1967) estudio el modelo de dislocación de Haskell (1964), en el que una ruptura bajo esfuerzo cortante se propaga a través de una falla rectangular, la cual está dentro de un espacio elástico, isótropo e infinito. Aki dedujo que los desplazamientos en campo lejano debido a las ondas *P* y *S*, son, en sistema de coordenadas polares tal como el mostrado en la figura 9 derecha.

$$U_R = \frac{1}{4\pi\beta^3 R}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^3 Sen(2\theta)Sen(\phi)w\int_0^L \dot{D}\left(\zeta, t-\frac{R-\zeta Cos(\theta)}{\alpha}\right)d\zeta \qquad (37)$$

$$U_\theta = \frac{1}{4\pi\beta^3 R} Cos(2\theta)Cos(\phi) w \int_0^L \dot{D}\left(\zeta, t - \frac{R - \zeta Cos(\theta)}{\beta}\right) d\zeta \quad (38)$$

$$U_\phi = \frac{1}{4\pi\beta^3 R} Cos(2\theta)Sen(\phi) w \int_0^L \dot{D}\left(\zeta, t - \frac{R - \zeta Cos(\theta)}{\beta}\right) d\zeta \quad (39)$$

donde U_R, U_θ y U_ϕ son los desplazamientos en dirección radial, angular y longitudinal respectivamente, *w* es el ancho de la falla, *L* la longitud. $\dot{D}(x,t)$ es la función de velocidad de dislocación. Tomando el punto inicial de la falla como el origen de las coordenadas cartesianas el sistema de coordenadas es tal que $x=R\cos(\theta)$, $y=R\,sen(\theta)$ y $z=R\,sen(\theta)Cos(\phi)$. Las anteriores expresiones tienen la forma común:

$$U = P(r,\theta,\phi,\alpha,\beta) w \int_0^L \dot{D}\left(\zeta, t - \frac{r - \cos\theta}{(\alpha,\beta)}\right) d\zeta \quad (40)$$

Aplicando la transformada de Fourier para llevar la anterior expresión al dominio de la frecuencia obtenemos que:

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-i\omega t} dt$$
$$U(\omega) = \omega \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} dt * \int_0^L \dot{D}\left(\zeta, t - \frac{r - \zeta\cos\theta}{(\alpha,\beta)}\right) d\zeta \quad (41)$$

siguiendo el planteamiento inicial de Haskell (1966) fue necesario estimar la función de dislocación en cualquier momento $t+\tau_i$ y en cualquier punto $\zeta+x_i$; para ello se necesito introducir una función de autocorrelación $\rho(x_i,t_i)$ de $D(\zeta,t)$ de la forma:

$$\rho(x_i, t_i) = \int_{-\infty}^{\infty}\int \dot{D}(\zeta, t)\dot{D}(\zeta + x_i, t + \tau_i) d\zeta\, dt \quad (42)$$

de esta forma es posible según Haskell (1966) establecer que la función temporal (es decir la función de autocorrelación del tiempo) decrece exponencialmente con el $\log(\tau_i)$ y tiene la forma:

$$\rho(t_i) = \int_{-\infty}^{\infty}\int D(\zeta, t) D(\zeta + x_i, t + \tau_i) dt = \rho_0 e^{-k_T|\tau_i|} \quad (43)$$

y la función espacial (es decir la función de autocorrelación del espacio) de autocorrelación de velocidad de dislocación se describe a partir de

$$\rho(x_i) = \int_{-\infty}^{\infty}\int D(\zeta, t) D(\zeta + x_i, t + \tau_i) dx = \rho_0 e^{-k_L|x_i| - k_T|\tau_i - x_i/v|} \quad (44)$$

donde *v* es la velocidad de dislocación y $v=k_T/k_L$. Usando las funciones espaciales y temporales de autocorrelación descritas, Aki(1967) dedujo que el espectro de amplitudes de Fourier del desplazamiento provocado por las ondas *S* puede expresarse de la siguiente forma:

$$U(\omega)=\frac{1}{4\pi\rho\beta^3 R}\frac{wD_0L}{\sqrt{1+\left(\frac{Cos(\theta)}{\beta}-\frac{1}{v}\right)^2\left(\frac{\omega}{k_L}\right)^2}\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{k_T}\right)^2}} \quad (45)$$

donde D_0 es el desplazamiento promedio de la falla; Aki estudió el caso particular cuando $\theta=0$ y además considerando la definición de momento sísmico como: $M_0=\mu wLD_0$ pudo definir el espectro de amplitudes de desplazamiento como sigue a continuación:

$$U(f)=\frac{R_{\theta\phi}}{4\pi\rho\beta^3}\frac{M_0}{1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^2}\frac{1}{R} \quad (46)$$

donde $R_{\theta\phi}$ es el patrón de radiallustración 1ción, ρ es la densidad de masa del material, y f_c es la llamada *frecuencia de esquina*. El término *1/R* modela la atenuación geométrica de las ondas de cuerpo en el campo lejano; después se verá cómo este varía a medida que se aleja de la fuente para reflejar mejor la atenuación de las ondas a grandes distancias. Este espectro contiene una parte plana en la zona de bajas frecuencias, cuya amplitud es proporcional a *Mo*.

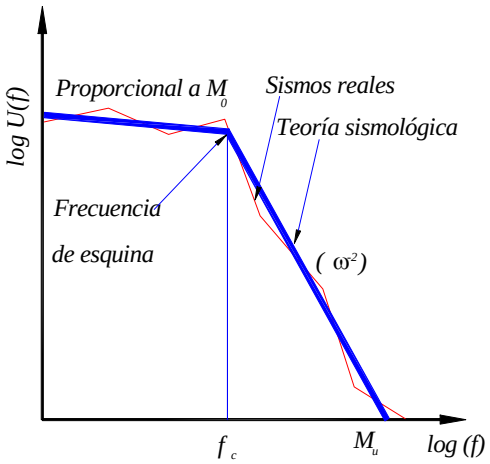


Figura. 10 Espectro de amplitudes de Fourier de desplazamiento típico en un lugar cercano la falla.

Para altas frecuencias, el espectro decae como función de f^2, por lo que es llamado modelo "*omega cuadrada*" (ω^2) y las dos zonas del espectro se cortan aproximadamente en la frecuencia de esquina, como se puede ver en la Figura 10. Esta frecuencia se relaciona con la dimensión del radio de la fuente de la siguiente forma (Brune, 1970):

$$r_0 = 2.34\frac{\beta}{\omega_C} \quad (47)$$

donde r_0 es el radio equivalente de una falla circular en km., para la caída de esfuerzos y el momento sísmico que se tiene en consideración y $\omega_c=2\pi f_c$. El espectro de la ecuación 46, al ser multiplicado por ω^2 dará como resultado el espectro de amplitudes de Fourier de aceleraciones:

$$A(f)=CR_{\Theta\phi}S(f)\frac{1}{R} \quad (48)$$

donde *C* es un término constante que depende de las propiedades del material, dado por:

$$C=\frac{1}{4\pi\rho\beta^3} \quad (49)$$

el término *S(f)* es llamado espectro de fuente de Brune (1970), quien suponiendo que la dislocación en el borde de la falla es de la forma $1\text{-}e^{-t/\tau}$ llego a un resultado similar; actualmente esta relación es llamada modelo de Brune, el parámetro τ (o $k_T^{-1} = 2\pi f_c$ en el modelo de Aki) debe ser de orden r_0/β donde r_0 es una dimensión característica definida anteriormente de la zona de ruptura; Una forma típica del espectro de amplitudes de aceleraciones se muestra en la Figura 13 y el término *S(f)* puede ser evaluado por la siguiente relación;:

$$S(f)=\frac{Mo.f^2}{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2} \qquad (50)$$

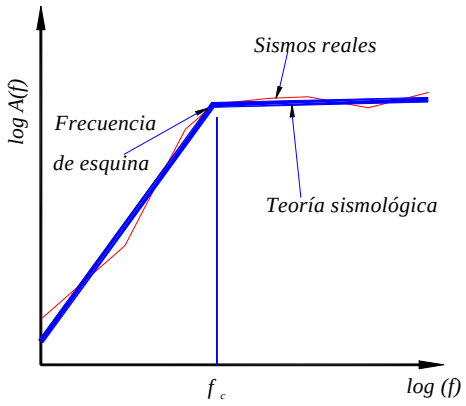


Figura 11 Espectro de amplitudes de Fourier de aceleraciones típico en un lugar cercano a la falla.

Brune (1970), con base en un modelo de falla circular encontró relaciones entre la frecuencia de esquina, el momento sísmico y la dimensión de la falla, de tal forma que la frecuencia de esquina para el modelo es:

$$f_c=4.9*10^6\,\beta*\sqrt[3]{\frac{\Delta\sigma}{Mo}} \qquad (51)$$

En la expresión 50 $\Delta\sigma$ es la caída de esfuerzos medida en bares, β está dada en km/seg y *Mo* en dinas-cm.

Este modelo permitió derivar nuevamente la energía en función del momento sísmico como: (Singh y Ordaz,1994)

$$E_s \approx 0.46\frac{\Delta\sigma}{2\mu}M_0 \qquad (52)$$

y al esfuerzo aparente así:

$$\sigma_a = \frac{\mu E_s}{M_0} \approx 0.23\Delta\sigma \qquad (53)$$

Espectro de amplitudes en campo lejano

El término *A(f)* de la ecuación 47 representa el espectro de aceleraciones en un medio ideal; las condiciones bajo las cuales se va modificando este espectro a medida que el movimiento avanza se describen a continuación:

Atenuación Regional. Es llamada también absorción anelástica y puede ser utilizada como un indicador de las posiciones de la litósfera (zona de relativa baja absorción y por tanto elevado valor de *Q*) y de la astenósfera (alta absorción y *Q* pequeña) en una determinada región. Para una zona de subducción el valor de *Q* para las ondas *P*, Q_p toma valores próximos a 1000 para la litósfera, entre 200 y 500 para la astenósfera y de 1000 a 3000 para la corteza oceánica que se introduce bajo la placa continental. Este parámetro toma en cuenta la energía disipada por procesos viscosos, comportamiento no lineal de la roca o disipación por calor. Esta atenuación

depende de las propiedades de la roca, la frecuencia y de la distancia recorrida; está muy ligada a las características tectónicas locales.

Es necesario calibrar este parámetro para nuestro modelo de atenuación en el ambiente colombiano; bajos valores de *Q* están asociados a regiones sísmicamente activas, mientras que altos valores representan zonas estables. Se ha visto que una forma apropiada de representar este tipo de atenuación es mediante la multiplicación de *A(f)* por un filtro con término exponencial decreciente con la forma $e^{\pi * f * R/\beta Q}$ donde $Q=Qo*f^{\varepsilon}$, aquí *Qo* y ε son constantes para una zona de la corteza en análisis; estos últimos parámetros son los que será necesario tabular en función del mejor nivel de correlación que se obtenga de una base de datos de sismos de la región.

Decaimiento de la alta frecuencia. Como se aprecia en la ecuación 47, el espectro de Brune predice amplitud constante para $f >> f_c$. Esto no puede ser así, en primer lugar por consideraciones energéticas, y además porque, como se observa en los espectros reales, a medida que se avanza en distancia, las altas frecuencias se van filtrando y las amplitudes de aceleración van decayendo de una forma más rápida que lo predicho por la atenuación regional. Dicho decaimiento se ha atribuido tanto a efectos de fuente como a efectos de las capas superficiales.

Boore (1983) utiliza la frecuencia de corte introducida por Hanks (1982), f_{max}, para modelar el abrupto decaimiento de la energía de alta frecuencia mediante un filtro Butterworth pasabajas. Singh et al. (1982) encontraron que este decaimiento podía ser representado mediante una expresión exponencial de la forma $e^{-\pi fk}$, donde *k* es un factor que depende del sitio y que será motivo de calibración en nuestro estudio. Además, se ha visto que el parámetro *k* tiene variación con la distancia de la forma $\kappa=\kappa_1+R/Q_1$.

Partición de la energía en dos componentes. Como la energía del espectro fuente es total, se supone una partición en dos componentes ortogonales horizontales, por lo que se involucra el factor $\sqrt{1/2}$, suponiendo que las componentes son iguales en ambas direcciones.

Corrección por superficie libre. Se aplica un factor de *2* para predecir las amplificaciones de onda al llegar a la superficie debido al brusco cambio de impedancias.

Patrón de radiación. Se usarán los recomendados en la literatura internacional (Boore 1983; Boatwright, 1984) que oscilan entre *0.55* y *0.63*.

Atenuación geométrica. El término *1/R* implica la predominancia de ondas de cuerpo para distancias cercanas al epicentro; sin embargo a mayores distancias, la predominancia es de ondas superficiales. Este efecto debe tomarse en cuenta transformando el término *1/R* en $(R*Rx)^{-1/2}$, donde *Rx* es la distancia epicentral a partir de la cual predominarán las ondas superficiales.

Introduciendo estos efectos se puede describir el viaje de las ondas *S* a través del medio y así establecer el espectro de amplitudes de aceleración en cualquier sitio particular. En estas condiciones, la ecuación original 46 se transforma en la siguiente:

$$A(f) = \frac{2}{\sqrt{2}} R_{\Theta\phi} C\, Mo \frac{\overbrace{\frac{f^2}{1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}^{Brune}}{} \frac{e\left(\frac{-\pi f R}{\beta Q o f^{\varepsilon}}\right) e\left(-\pi(\kappa_1 + \frac{R}{Q_1}) f\right)}{R} \qquad (54)$$

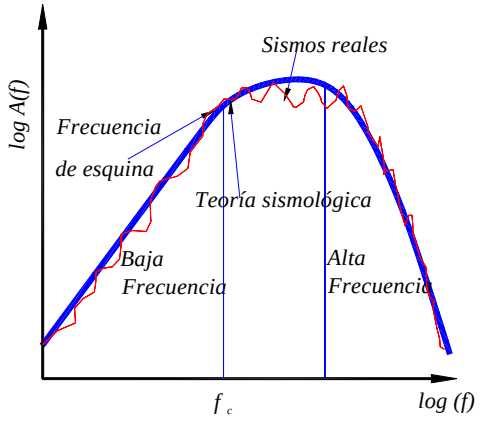


Figura 12 Espectro de amplitudes de aceleración en campo lejano

Este modelo es llamado de "*fuente puntual*" y representa el *EAF* en un sitio deseado después del viaje de las ondas afectado por las variables mencionadas, dichas variables son las que reflejan el proceso de atenuación de amplitudes para altas frecuencias. Forma típica de estos espectros puede observarse en la figura 13.

Dicho modelo ha sido aplicado en muchas zonas del mundo, para distancias de hasta 100 km. Después de esa distancia el movimiento deja de estar controlado por las ondas *S*.

Espectro de amplitudes de fuente finita

Se ha observado que a distancias focales muy pequeñas, comparables con el tamaño de la ruptura, el modelo de fuente puntual falla. Por lo cual para contar con un modelo útil en las cercanías de la fuente, Singh *et al*. (1989) desarrollaron un modelo sismológico que tiene en cuenta el tamaño finito de la zona de ruptura. El modelo contempla una falla circular de radio r_o que rompe con intensidad uniforme a lo largo del área. El punto de observación *P* esta situado justo arriba del foco que se localiza a una distancia R_o sobre el hipocentro. El área de ruptura se divide en elementos de tamaño diferencial ds_i ; además se supone que la ruptura de cada elemento ocurre aleatoriamente distribuida sobre el área de ruptura *S*. Así el *EAF* puede ser descrito en cercanías del punto *P* como (Papageorgiu y Aki, 1985, Joyner y Boore, 1986):

$$A(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (A_i(f))^2} \qquad (55)$$

donde *n* es el número de elementos en que se divide *S*. y $A_i(f)$ es el espectro radiado por el elemento *i*, dado por:

$$A_i(f) = \frac{2}{\sqrt{2}} R_{\theta\phi} C M_0 f_c^2 \frac{e\left(\frac{-\pi R_i}{\beta Q_0}\right)}{R_i} e(-\pi\kappa f) \frac{\partial S_i}{\partial S} \qquad (56)$$

Si *n* se hace suficientemente grande, la sumatoria se puede reemplazar por una integral de modo que la expresión queda:

$$A(f)^2=4R_{\theta\phi}{}^2C^2M_0{}^2f_c{}^4\frac{e(2\pi\kappa f)}{\pi r_0{}^2}\int_0^{r_0}\int_0^{2\pi}\frac{e^{\left[\frac{-2\pi\sqrt{r_0{}^2+R_0{}^2}}{\beta Q_0}\right]}}{r^2+R_0{}^2}r\partial r\partial\theta \qquad (57)$$

al resolver esta expresión se llega al modelo de fuente finita:

$$A(f)^2=4R_{\Theta\phi}C^2\left(Mof_c{}^2\right)^2\frac{e^{\left(-2\pi\left(\kappa_1+\frac{R}{Q_1}\right)f\right)}}{(r_o)^2}\left[E1(\alpha R_0)-E1\left[\eta\sqrt{\left(r_0{}^2+R_0{}^2\right)}\right]\right] \qquad (58)$$

donde *E1( )* es la integral exponencial (Gautschi y Cahill, 1965) y $\eta=2\pi/\beta Qo$., esta integral sólo tiene solución numérica.

El modelo de fuente finita parte de la suposición de que el observador se encuentra a una distancia cercana. Como ya se vio anteriormente, el radio de la falla equivalente crecerá a medida que aumente la magnitud; si esto sucede, y teniendo en cuenta que las ondas sufren todos los fenómenos de atenuación descritos anteriormente, la contribución de ondas que vienen del cada vez más lejano perímetro sufrirá los procesos exponenciales de atenuación, haciendo que la aceleración no crezca de forma indefinida. Este comportamiento es el que provoca la saturación de la aceleración para magnitudes muy grandes y distancias cercanas al epicentro.

En efecto, se ha observado de registros de movimientos fuertes en sitios localizados sobre la zona de ruptura de grandes temblores costeros de México, que para magnitudes grandes (*M*>7) las aceleraciones máximas del terreno, A_{max}, no crecen como lo predicen los modelos usuales de atenuación (ver, por ejemplo Idriss, 1985). Esto sugiere que existe un fenómeno de saturación de A_{max} al aumentar la magnitud, algo que muchas de las leyes usuales de atenuación no predicen de forma adecuada. En resumen, la definición del *EAF* es la siguiente:

Si *R*<*Rx*,

$$(A(f))^2=4R_{\Theta\phi}C^2\left(Mof_c{}^2\right)^2\frac{e^{\left(-2\pi\left(\kappa_1+\frac{R}{Q_1}\right)f\right)}}{(r_o)^2}\left[E1(\alpha R_0)-E1\left[\eta\sqrt{\left(r_0{}^2+R_0{}^2\right)}\right]\right]$$

Si *R*>*Rx*,

$$A(f)=\frac{2}{\sqrt{2}}R_{\Theta\phi}CMo\frac{f^2}{1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^2}\frac{e^{\left(\frac{-\pi fR}{\beta Qof^{\varepsilon}}\right)}e^{\left(-\pi(\kappa_1+\frac{R}{Q_1})f\right)}}{R}$$

Se ha encontrado que una distancia *Rx* para la cual existe un buen acoplamiento entre las 2 ecuaciones del *EAF* en la República de Colombia es de aproximadamente 60 km.

En la Figura 13 se presentan una comparación entre el Espectro de Amplitudes de Fourier para la señal registrada en estación de Bocatoma en Pereira (42 km de disancia hipocentral) en el

sismo de Armenia de 1999 (Magnitud = 6.2) y el espectro de Fourier del modelo empleado en la presente investigación.

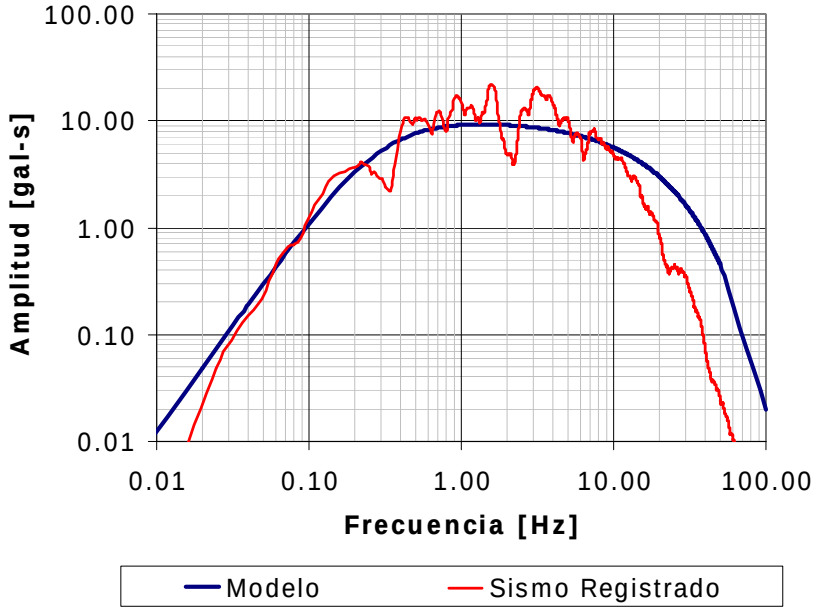


Figura 13 Comparación registro y modelo de cálculo

Leyes de atenuación a partir del EAF

El *EAF* de aceleración en el sitio refleja el contenido de frecuencia del movimiento sísmico en cuestión. Sin embargo, hace falta la información de las fases del acelerograma y no hay forma de conocerla. Así las cosas, existiría una gran cantidad de señales que cumplirían con tener el mismo *EAF* y la misma duración de fase intensa, cada una de ellas con diferentes fases y, por tanto, con un diferente valor de intensidad máxima. Por esta razón, esta variable se vuelve aleatoria. Es necesario recurrir a la teoría de vibraciones aleatorias para determinar esos valores extremos asociados a cada *EAF*.

Procesos Estocásticos y Teoría de vibraciones aleatorias

Los sismos y sus registros, los sismogramas, acelerogramas, velocigramas, etc. son tratados como procesos estocásticos que tienen contribuciones en un amplio rango de frecuencia contenido; sin embargo interesa conocer variables internas de estos registros tales como, por ejemplo, el numero de veces que es sobrepasado un cierto valor o el numero de cruces por cero o, más importante aún los valores máximos que se pueden presentar. Esto es útil para análisis de fatiga de elementos o para el diseño de las estructuras civiles que le competen a la ingeniería sísmica moderna.

El desarrollo de la teoría para manejar los problemas expuestos anteriormente inicia con los trabajos de S.O. Rice (1954), Cartwright y Longuet-Higgins (1956), A.Powell (1958), S.H Crandall (1963), A.G. Davenport (1964) y muchos otros autores, que para el momento han

desarrollado una ciencia al respecto consolidada. El siguiente tratamiento de variables sigue el planteamiento original de los autores mencionados.

Tasas de ocurrencia de un valor umbral

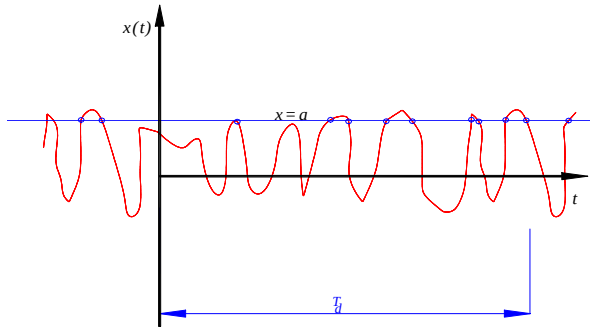


Figura 14 cruces de un nivel de intensidad umbral para un proceso estocástico.

Considérese una función *x(t)* con espectro de amplitudes *x(ω)* y densidad espectral *G(ω)* que sigue un proceso estacionario tal y como se muestra en la Figura 14. El comportamiento de la función cerca de sus valores extremos puede ser descrito de forma simple como medida útil para estimar el número de cruces que existe de una cantidad umbral denotada por a en una duración de evento descrita por T_d. Ahora si nombramos $N_a^+(T)$ como la variable aleatoria que denota el numero de veces que se supera el valor positivo umbral de *a* en la duración T_d del proceso estocástico; entonces el valor medio de dicha variable puede ser denotado por $n_a^+(T)$; de esta forma siguiendo teoría de procesos aleatorios llegamos a que:

$$n_a^+(T_d) = E\left(N_a^+(T_d)\right) \tag{59}$$

denotando una tasa de ocurrencia por unidad de tiempo de los cruces por el umbral positivo a como ν_a^+ entonces la ecuación 59se rescribe como:

$$n_a^+(T_d) = \nu_a^+ T_d \tag{60}$$

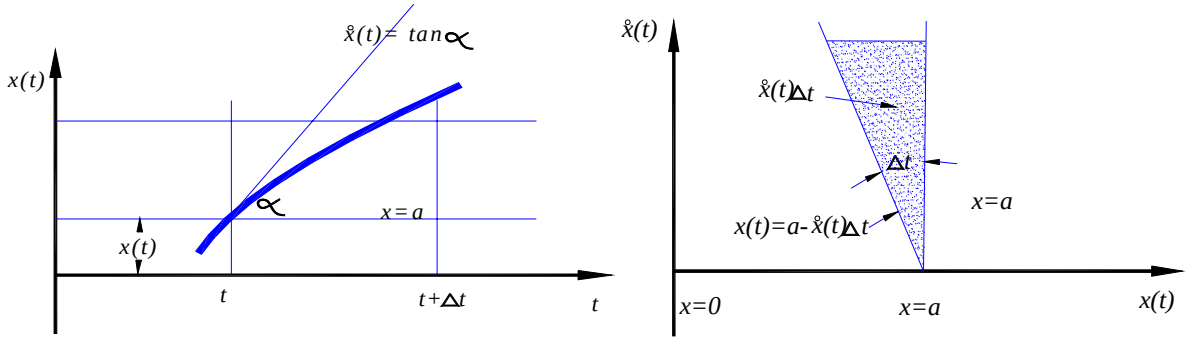


Figura 15 cruces de un nivel de intensidad umbral para un proceso estocástico. Derecha: región favorable para los cruces de x=a.

Proponiendo la derivada de *x(t)* con respecto al tiempo como:

$$\frac{\partial x(t)}{dt} = \dot{x}(t) \tag{61}$$

entonces es posible proponer la densidad de probabilidades entre la amplitud *x(t)* y el cambio de la amplitud con respecto al tiempo $\dot{x}(t)$ como $p_{x\dot{x}} = (x, \dot{x})$ en el intervalo *t+Δt*, tal y como se

muestra en la figura 15 izquierda. Esta condición hace que usando la región favorable para los cruces de *x=a* mostrada en la figura 15 derecha sobre la cual la densidad conjunta de probabilidades pueda ser integrada es posible encontrar la probabilidad de cruce de un valor determinado en el intervalo del tiempo. Todos los puntos que se encuentran dentro de la cuña del espacio *x(t)* $\dot{x}(t)$ de la figura 15 derecha cumplen con la condición que *x(t)<a*; por consiguiente la probabilidad de que se alcance el valor prescrito umbral en el tiempo *t* esta dada mediante:

$$P_{\nu_a^+\Delta t} = \nu_a^+ \Delta t = \int_0^{\infty} \int_{a-\dot{x}\Delta t}^{a} p_{x\dot{x}}(x,\dot{x}) dx d\dot{x} \tag{62}$$

si Δt se vuelve infinetisimal y además teniendo en cuenta de que la probabilidad toma el valor medio esperado de la tasa de cruces, la anterior ecuación puede ser simplificada con las siguientes consideraciones :

$$\int_{a-\dot{x}\Delta t}^{a} p_{x\dot{x}}(x,\dot{x}) dx d\dot{x} = p_{x\dot{x}}(x=a,\dot{x})\dot{x}\Delta t \tag{63}$$

y la doble integral se evalúa mediante:

$$\Delta t = \int_0^{\infty} p_{x\dot{x}}(a,x)\dot{x} d\dot{x} \tag{64}$$

La tasa de ocurrencias por unidad de tiempo de valores que sobrepasan el valor umbral positivo prescrito esta dada por:

$$\nu_a^+ = \int_0^{\infty} p_{x\dot{x}}(a,\dot{x})\dot{x} d\dot{x} \tag{65}$$

si la ley de probabilidad usada se aplica a un proceso estacionario estocástico Gaussiano o Normal y, las desviaciones estándar de la amplitud y la velocidad de cambio de amplitud son descritas mediante los valores esperados de los momentos estadísticos a una potencia cuadrática de la densidad espectral del proceso, la ecuación anterior toma la forma:

$$p(x,\dot{x}) = \frac{1}{2\pi m_0 m_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{{m_0}^2}+\frac{\dot{x}^2}{{m_2}^2}\right)} \tag{66}$$

donde m_0 y m_2 son los momentos estadísticos de la densidad espectral $G(\omega)$; de esta forma reemplazando la ecuación 66 en la 65 obtenemos que:

$$\nu_a^+ = \frac{e^{-\frac{a^2}{2{m_0}^2}}}{\sqrt{2\pi} m_0 \sqrt{2\pi} m_2} {m_2}^2 \tag{67}$$

la cual después de varias simplificaciones llega a una más sencilla expresión como:

$$\nu_a^+ = \frac{1}{2\pi}\frac{m_2}{m_0}e^{-\frac{a^2}{2m_0^2}} \quad (68)$$

de esta forma teniendo la densidad espectral de un acelerograma es posible, reemplazando en la ecuación 68 encontrar el numero de veces por unidad de tiempo que se sobrepasa un cierto valor de intensidad *a*; mediante la ecuación 59 y con la duración es posible estimar el numero esperado de ocasiones que se sobrepasa el mismo parámetro. Por ejemplo si se deseara conocer el número de cruces por cero de un proceso estocástico con densidad espectral conocida, el valor umbral en la ecuación 68 sería cero y el resultado sería simplemente:

$$n_o = \frac{1}{2\pi}\frac{m_2}{m_0}T_d \quad (69)$$

En Ingeniería sísmica T_d es la duración de la fase intensa del evento, que de acuerdo con Herrman y para el modelo omega cuadrada estudiado (1985) para terrenos firmes estaría dada por:

$$T_d = \frac{1}{f_C} + 0.05R \quad (r_0 \text{ en el caso de fuente finita, km}) \quad (70)$$

Aproximaciones de Herrman y de Atkinson y Boore, (1995) permitieron estimar la duración de la fase intensa correspondiente al 90% del contenido de energía como:

$$\log T_d = 0.207M_s + 0.264\log R - 0.65 \pm 0.19 \quad (71)$$

Nótese que en la literatura internacional existe una forma bastante amplia de estimar este parámetro de vital importancia. La duración de la fase intensa de los movimientos tiene fuerte influencia en los daños, debido a que muchos procesos físicos como la degradación de rigidez y resistencia necesitan varios ciclos para poder generar mecanismos de daño en las estructuras o incrementar la presión de poros hasta un punto tal que genere licuación, en ocasiones sismos cortos con altas aceleraciones no han generado daños considerables, mientras que sismos largos con aceleraciones moderadas si lo han hecho.

La duración esta asociada al tiempo necesario para liberar la energía en una fuente, por lo que su relación con la magnitud es directa; más exactamente con la raíz cúbica del momento sísmico; si la longitud, el área o el volumen de ruptura crece, la duración también lo hará; en cambio, si la velocidad de propagación de la ruptura aumenta, la duración disminuirá y cuando la ruptura es bilateral, es decir que la falla rompe en 2 sitios diferentes y viaja en direcciones opuestas como fue el caso del sismo de Loma Prieta en 1989 la duración también se reduce.

Para propósitos de ingeniería solo la porción de la fase intensa es útil y esta ha sido motivo de debate desde Bolt,(1969) que propuso la duración de la fase intensa como el tiempo transcurrido entre la primera y última excedencia de un valor mínimo umbral, normalmente de 0.05g; otra definición de duración esta basada (Trifunac y Brady, 1975) es basada en el intervalo de tiempo necesario para llevar la energía del sismo de 5 al 95%; otra medida común es mediante la suma de los tiempos t_{is} en que cierta aceleración umbral es superada; sin embargo, en los últimos años se ha venido aceptando de forma generalizada la estimación de

duración de la fase intensa mediante el intervalo de tiempo necesario para llevar la intensidad de Arias del 5 al 95%. Una recopilación de las diferentes formas de estimar esta variable esta detallada en Bommer y Martinez-Pereira (1999)

En este trabajo se usa la duración de fase intensa basada en el criterio de la frecuencia de esquina ya que este parámetro tiene en cuenta la fractura y las variables que hacen parte del proceso de ruptura como longitud, área y velocidad de dislocación.

Distribución de probabilidad de los máximos

Una vez más considerando una muestra de la función *x(t)* que puede tener muchos picos tanto positivo como negativos como si muestra en la Figura 16 para un proceso estacionario y estocástico. Para fines de ingeniería dichos picos pueden ser de interés en el diseño de las estructuras

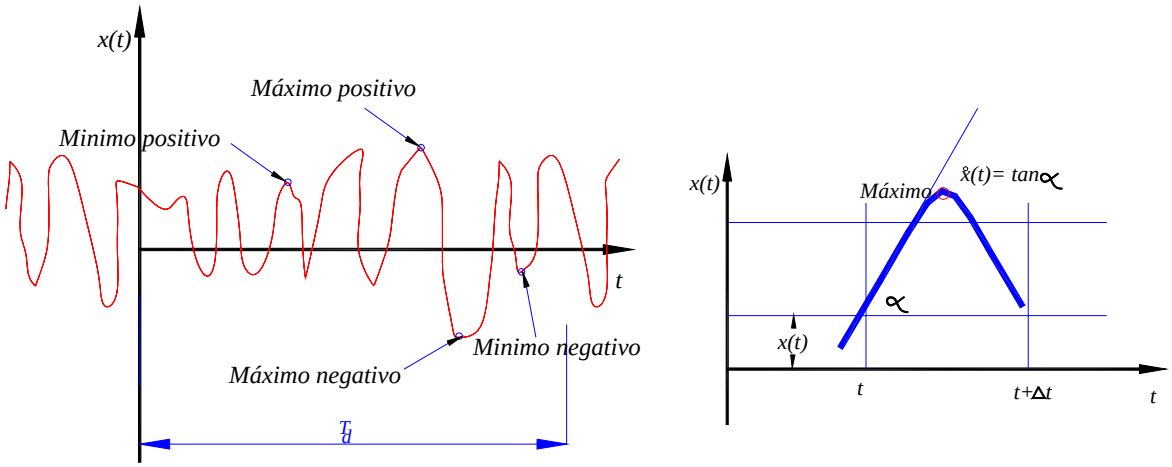


Figura 16 valores máximos y mínimos para un proceso estacionario.

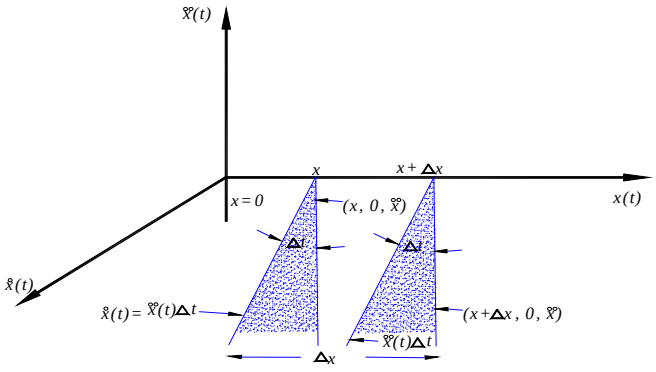


Figura 17 Volumen favorable para un máximo positivo en el intervalo de tiempo t+Δt

Para la estimación de un máximo o un mínimo como vemos en la figura 16 derecha la velocidad de cambio de la amplitud se vuelve cero y existe un cambio de pendiente; por ello conviene, además, buscar la aceleración de cambio de amplitud y siguiendo la metodología del numeral anterior la densidad de probabilidades conjunta de la amplitud *x(t)*, la velocidad de cambio, $\dot{x}(t)$ de la amplitud y la aceleración de cambio de la amplitud, $\ddot{x}(t)$ esta dada mediante $p_{x\dot{x}\ddot{x}}(x,\dot{x},\ddot{x})$.

La probabilidad acumulada conjunta se obtiene de la integral triple de la densidad de probabilidad conjunta con los límites de integración que se observan en la figura 17 que muestra el espacio de las variables de interés, de esta forma:

$$P_m = \int_{x}^{x+\Delta x} \int_{\ddot{x}=-\infty}^{0} \int_{\dot{x}=0}^{\ddot{x}\Delta t} p(x,\dot{x},\ddot{x}) d\dot{x} d\ddot{x} dx \tag{72}$$

para intervalos de tiempo infinitesimales Δt tiende a ser cero por lo que la primera integral se puede simplificar; además para que exista un máximo de la amplitud es necesario un cambio de pendiente por lo que debe existir un punto de velocidad de cambio de la amplitud cero; de esta manera la expresión anterior se transforma en:

$$\begin{aligned} P_m &= \left[\int_{\ddot{x}=-\infty}^{0} p(x,\dot{x}=0,\ddot{x}) \left|\ddot{x}\right| \Delta t d\ddot{x} \right] \left(x+\Delta x - x \right) \\ P_m &= \left[-\int_{-\infty}^{0} p(x,0,\ddot{x}) \ddot{x} d\ddot{x} \right] \Delta x \Delta t \end{aligned} \tag{73}$$

donde $P_m/\Delta t$ puede ser interpretado como la frecuencia de los valores máximos en el intervalo $(x,\ x+\Delta x)$. La frecuencia de los valores extremos en todo el dominio puede ser evaluada a partir de:

$$\nu_{\max} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[-\int_{-\infty}^{0} p(x,0,\ddot{x}) \ddot{x} d\ddot{x} \right] dx \tag{74}$$

finalmente la densidad de probabilidades de valores extremos se obtiene a partir de la relación entre los máximos en el segmento $x+\Delta x$ y la frecuencia de máximos en todo el dominio de la forma:

$$P_m(x) = \frac{\left[-\int_{-\infty}^{0} p(x,0,\ddot{x}) \ddot{x} d\ddot{x} \right]}{\int_{-\infty}^{\infty} \left[-\int_{-\infty}^{0} p(x,0,\ddot{x}) \ddot{x} d\ddot{x} \right] dx} \tag{75}$$

Los procesos estacionarios estocásticos son Gaussianos, esto es, que el proceso es gobernado por distribuciones normales. Por ello para la ecuación anterior es necesario encontrar función de densidad de probabilidad conjunta que relacione la amplitud, el cambio de la amplitud con el tiempo y su aceleración de cambio, esta además también seguirá un proceso Gaussiano, por lo que la función conjunta normal propuesta toma la forma:

$$p\left(x,\dot{x},\ddot{x}\right) = \frac{1}{2\pi^{\frac{3}{2}} \det D^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(x-\nu\right)^T D^{-1} \left(x-\nu\right) \right] \tag{76}$$

donde $\left(x-\nu\right)^T = \left(x,\dot{x},\ddot{x}\right)$ con media cero y

$$D = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & -m_2 \\ 0 & m_2 & 0 \\ -m_2 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \tag{77}$$

para este caso la matriz invertida esta dada mediante:

$$D^{-1} = \frac{1}{m_2(m_0 m_4 - m_2^2)} \begin{bmatrix} m_2 m_4 & 0 & -m_2 \\ 0 & m_2 & 0 \\ -m_2 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \tag{78}$$

donde m_n son los momentos estadísticos de orden n de la densidad espectral $G(\omega)$ definidos anteriormente. De esta manera la densidad conjunta de probabilidades queda descrita mediante:

$$p\left(x, \dot{x}, \ddot{x}\right) = \frac{1}{2\pi^{\frac{3}{2}} \det D^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{m_2 m_4 x^2 + m_0 m_4 \dot{x}^2 + m_2 m_0 \ddot{x}^2 + 2m_2^2}{m_2\left(m_0 m_4 m_2^2\right)} \right] \tag{79}$$

y para el caso de velocidad de cambio de amplitud la expresión anterior se vuelve tan solo:

$$p\left(x, 0, \ddot{x}\right) = \frac{1}{2\pi^{\frac{3}{2}} \det D^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{\frac{x^2}{m_0} + \frac{2m_2 x\ddot{x}}{m_0 m_4} + \frac{\ddot{x}^2}{m_4}}{m_2\left(m_0 m_4 - m_2^2\right)} \right] \tag{80}$$

proponiéndose hipótesis simplificatorias en términos del denominador $m_0m_4\text{-}m_2^2$ como un valor siempre positivo e insertando en la ecuación 80 de la tasa por unidad de tiempo de valores máximos esperados:

$$\nu_{\max} = \frac{-1}{\left(2\pi\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{m_2\left(m_0 m_4 - m_2^2\right)}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{0} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{\frac{x^2}{m_0} + \frac{2m_2 x\ddot{x}}{m_0 m_4} + \frac{\ddot{x}^2}{m_4}}{\frac{\left(m_0 m_4 - m_2^2\right)}{m_0 m_4}} \right] \ddot{x} d\ddot{x} dx \tag{81}$$

realizando las integrales llegamos a que la tasa queda descrita en términos de:

$$\nu_{\max} = \frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{m_2\left(m_0 m_4 - m_2^2\right)}} \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_4}} m_4 \tag{82}$$

y finalmente simplificando obtenemos que:

$$\nu_{\max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \tag{83}$$

De esta manera para obtener el numero de valores extremos en un lapso de tiempo es necesario multiplicar la tasa de extremos por unidad de tiempo por la duración del evento de la forma:

$$n_{\max} = \nu_{\max} T_d \tag{84}$$

La densidad de probabilidad de los máximos se obtiene reemplazando las expresiones 83 y 84 en la expresión original 80 y toma la forma (siguiendo la notación de Cartwright y Longuett-Higgins-1956):

$$P_m(\eta_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\varepsilon\, e^{-\frac{\eta_x^2}{2\varepsilon^2}} + \sqrt{1-\varepsilon^2}\,\eta_x \exp\left[-\frac{\eta_x^2}{2\varepsilon^2} \right] \int_{-\infty}^{\frac{\eta_x\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right] \tag{85}$$

en la cual

$$\eta_x = \frac{x}{m_0} \tag{86}$$

y

$$\varepsilon^2 = \frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_0 m_4} \text{ o} \tag{87}$$

que es el parámetro introducido por Cartwright y Longett-Higgins llamado parámetro de ancho de banda y que toma valores entre cero y uno. El parámetro de ancho de banda esta directamente relacionado con el ancho de banda de frecuencias y para valores de cero entonces define que el numero medio máximos es igual al numero de cruces por cero; es decir existe un máximo por cada cruce por cero. Esto corresponde a un proceso de banda estrecha que puede ser simplificado a una densidad de probabilidades de Rayleigh de la forma:

$$P_m\left(\eta_x\right) = \eta_x \exp\left[-\frac{\eta_x^2}{2} \right] \tag{88}$$

por el contrario si el parámetro de ancho de banda es uno, entonces el sistema toma densidad de probabilidad normal o Gaussiana de la forma:

$$P_m\left(\eta_x\right) = \frac{1}{2\pi} \exp\left[-\frac{\eta_x^2}{2} \right] \tag{89}$$

Distribución de probabilidad de los valores picos

En muchas aplicaciones de la ingeniería sísmica es necesario encontrar los valores pico dependientes de los máximos que se pueden esperar de un proceso y como se podría esperar estos valores picos están relacionados a la cantidad de máximos anteriormente evaluados. Siguiendo a Powell es fácil hacer uso de la teoría para encontrar el numero de máximos proponiendo una vez más una función *x(t)* observada en un tiempo T_d. La distribución de

probabilidad de los picos escogida como aleatoria para un valor $x=a$ que es excedido tiene la forma:

$$P\left[pico > a\right] = \int_a^{\infty} P_p(x)dx \tag{90}$$

donde $P_p(x)$ es la densidad de probabilidad; teniendo en cuenta que en la duración del evento el proceso puede tener n_0T_d numero de cruces por cero y n_aT_d cruces sobre una intensidad $x=a$ en promedio. La fracción favorable de volumen en el espacio para picos mayores de los valores extremos de $x=a$ es propuesta simplemente por:

$$\frac{\nu_a^+ T_d}{\nu_0^+ T_d} = \frac{\nu_a^+}{\nu_0^+} = \int_a^{\infty} P_p(x)dx \tag{91}$$

derivando la ecuación anterior con respecto al valor umbral a para buscar los máximos obtenemos que:

$$-P_p(x) = \frac{1}{\nu_0^+}\frac{d\nu_a^+}{da} \tag{92}$$

la cual es la expresión general para la densidad de probabilidades de picos de un proceso de banda estrecha . Para procesos Gaussianos la frecuencias de cruces por un valor umbral a esta descrita como definimos según la ecuación 83, por lo que al reemplazar en la ecuación 92 es posible obtener que:

$$-P_p(a) = -\frac{a}{m_0^2} e^{-\frac{a^2}{2m_0^2}} \tag{93}$$

siguiendo los planteamientos de Davenport la anterior expresión de la distribución de los valores picos con respecto a los valores cuadráticos medios queda como una función de los valores extremos n_{max} como:

$$P_E\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}\right) = \left[P_M\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}\right)\right]^{n_{\max}} = \exp\left[-\nu T_d \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}\right)^2\right)\right] \tag{94}$$

donde $\nu = \frac{\nu_{\max}}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$

para obtener los máximos de la distribución anterior es necesario derivarla con respecto a la relación entre valores medios y picos como:

$$P_m\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}_{\max}\right)=\frac{\partial P\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}_{\max}\right)^{n_{\max}}}{\partial \frac{a_{pico}}{a_{cm}}_{\max}} \tag{95}$$

que toma la forma aproximada

$$\frac{dP_M}{d\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}\right)}=n_{\max}P_M^{n_{\max}-1}P_M\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}\right) \tag{96}$$

el desarrollo de esta expresión llega a que:

$$P_m(\frac{a_{pico}}{a_{cm}})=n_{\max}\left(\phi\left(\frac{\frac{a_{pico}}{a_{cm}}}{\varepsilon}\right)-\sqrt{2\pi}k\phi(\frac{a_{pico}}{a_{cm}})\phi\left(\frac{\frac{a_{pico}}{a_{cm}}k}{\varepsilon}\right)^{n_{\max}-1}\right)*$$
$$*\left[\frac{1}{\varepsilon}\phi\left(\frac{\frac{a_{pico}}{a_{cm}}}{\varepsilon}\right)+\sqrt{2\pi}k\phi(\frac{a_{pico}}{a_{cm}})\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}\phi\left(\frac{\frac{a_{pico}}{a_{cm}}k}{\varepsilon}\right)-\frac{k}{\varepsilon}\phi\left(\frac{\frac{a_{pico}}{a_{cm}}k}{\varepsilon}\right)\right)\right] \tag{97}$$

donde

$$\phi(y)=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{y^2}{2}} \tag{98}$$

y

$$k^2=1-\varepsilon^2 \tag{99}$$

A partir de esta ecuación es posible calcular los momentos estadísticos de la relación entre picos y medios de forma simple mediante:

$$E(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}^{k})=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{a_{pico}}{a_{cm}}^{k}P_m(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}_{\max})d\frac{a_{pico}}{a_{cm}}_{\max} \tag{100}$$

De esta última expresión puede demostrarse (Cartwright y Longuett-Higgins, 1956; Davenport, 1964) que si el logaritmo natural de n_{max} no es demasiado pequeño, son válidas las siguientes aproximaciones asintóticas:

$$E\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}_{\max}\right) = \sqrt{2\ln(\nu_{\max}T_d)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2\ln(\nu_{\max}T_d)}} \quad (101)$$

donde γ es la constante de Euler (= 0.577…) y por consiguiente el valor al cuadrado del valor esperado de la relación entre picos y cuadráticos medios es

$$E\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}^2\right) = \sqrt{2\ln(\nu_{\max}T_d)} + 2\gamma\frac{1}{2\ln(\nu_{\max}T_d)} + \frac{\gamma^2}{\sqrt{2\ln(\nu_{\max}T_d)}} \quad (102)$$

por lo que su varianza es:

$$\mathrm{var}\left(\frac{a_{pico}}{a_{cm}}\right) = \frac{\pi^2}{6}\frac{1}{2\ln(\nu_{\max}T_d)} \quad (103)$$

Aplicaciones en Ingeniería Sísmica

Ya que los procesos sísmicos están descritos mediante su espectro de amplitudes de Fourier como se describieron en las secciones anteriores y además son considerados procesos estocásticos y estacionarios, entonces toda la teoría de valores extremos anteriormente expuesta puede ser usada con las adaptaciones respectivas. A la relación entre el valor pico y el valor cuadrático medio se le suele denominar “factor pico”:

$$FP = \frac{a_{\max}}{a_{cm}} \quad (104)$$

De esta forma una vez se cuenta con el factor pico es posible encontrar la intensidad pico correspondiente que interese en términos de su valor cuadrático medio como:

$$a_{\max} = FP * a_{cm} \quad (105)$$

reemplazando en las expresiones derivadas y usando el espectro de amplitudes de la intensidad que interese ser evaluada. En este capítulo fueron derivados con anterioridad las expresiones para espectros de amplitudes de Fourier de aceleraciones, *A(f)* (ecuaciones 53 y 57) por lo que si aplicamos la teoría de vibraciones aleatorias para este caso y reemplazamos en las ecuaciones 101 y 105 llegamos a obtener que la aceleración esperada máxima de los espectros derivados de teoría sismológica es:

$$E\left[A_{\max}\right] = \sqrt{2\ln\left(\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m_4(A(f))}{m_2(A(f))}}\right)T_d}\sqrt{m_0(A(f))} + \frac{\gamma}{\sqrt{2\ln\left(\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m_4(A(f))}{m_2(A(f))}}T_d\right)}}\sqrt{m_0(A(f))} \quad (106)$$

donde siguiendo la definición de momento estadístico para los EAF de aceleración

$$m_4\left(A(f)\right)=\frac{32\pi^4}{T_d}\int_{-\infty}^{\infty}(f)^4A(f)df \qquad (107)$$

$$m_2\left(A(f)\right)=\frac{8\pi^2}{T_d}\int_{-\infty}^{\infty}(f)^2A(f)df \qquad (108)$$

y

$$m_0\left(A(f)\right)=\frac{2}{T_d}\int_{-\infty}^{\infty}A(f)df=A_{cm}^2 \qquad (109)$$

En vista de las ecuaciones 53, 57, 70, 106, 107, 108 y 109, es posible estimar A_{max} si se conocen el *EAF* y la duración de fase intensa de un sismo. A_{max} resulta ser entonces una función del momento sísmico, de la distancia focal, y de los parámetros libres $\Delta\sigma$, Q_0, ε, k_1,Q_1, ρ, β y $R_{\theta\phi}$. Por otra parte, entre el momento sísmico y la magnitud existe la siguiente relación propuesta por Hanks y Kanamori (1979):

$$Log_{10}(Mo)=1.5M_w+16.1 \qquad (110)$$

donde M_w es la magnitud de momento. En estas condiciones, puede estimarse A_{max} como función de magnitud y distancia si se conocen los parámetros libres $\Delta\sigma$, Q_0, ε, *k1*,*Q1*, ρ, β y $R_{\theta\phi}$.

Contando con el EAF de cualquier tipo de variable complementaria como velocidad, desplazamiento o energía y la duración de la fase intensa del evento, el proceso es igualmente posible de realizar

Valores extremos para Colombia

El procedimiento de análisis utilizado consiste en generar leyes de atenuación mediante el ajuste de los parámetros libres, de suerte que se minimice la dispersión con respecto a aceleraciones observadas en territorio colombiano. Obsérvese que el efecto de los parámetros libres ρ, β y $R_{\theta\phi}$ es el mismo (los tres son constantes de proporcionalidad). Por esta razón, se fijan los dos primeros y se deja libre el tercero.

La solución óptima en el sentido de mínimos cuadrados no puede ser obtenida directamente o con soluciones cerradas, por tratarse de un problema fuertemente no lineal. Por otra parte, mientras que en las soluciones lineales de mínimos cuadrados se obtienen simultáneamente error cuadrático mínimo y error medio nulo, en los problemas no lineales no necesariamente ocurre así. En el presente trabajo se procedió iterativamente hasta encontrar soluciones con error medio tendiente a cero (para no subestimar o sobrestimar sistemáticamente) y error cuadrático medio mínimo.

En el análisis se separaron los sismos de Colombia en dos tipos representativos de la tectónica del territorio: 1) las aceleraciones registradas durante la ocurrencia de sismos en la zonas de subducción y de Benioff bajo la placa continental ("*Subducción*"); y 2) las registradas durante

sismos de fallas activas en el territorio nacional ("*Activa*"). Se tienen en total más de 200 eventos registrados en la Red Sismológica Nacional de Colombia (RSNC), de los cuales fueron descontados algunos que presentaban efectos de sitio visibles, patrones anómalos de radiación o posibles errores en las mediciones de los aparatos.

En un trabajo realizado con anterioridad al presente estudio se generó una ley de atenuación para cada uno de estos dos casos y una ley general ("*Nacional*"), que incluye todos los registros. Para nuestro análisis *R* se tomó como la distancia hipocentral, y la variable que se intenta predecir es la aceleración neta registrada, definida como la raíz de la suma de las componentes horizontales al cuadrado dividida entre dos:

$$A_n = \sqrt{\frac{A^2_{ns} + A^2_{eo}}{2}} \qquad (111)$$

Los datos de aceleraciones registradas en Colombia se muestran en catálogos separados por tipos de fuentes en las siguientes tablas 2.6 y 2.7:

Datos y procedimiento de análisis.

Al realizar el análisis de minimización se procedió a construir los espectros de fuente finita y fuente puntual para cada combinación de magnitud y distancia. La figura 18 izquierda las formas típicas de este tipo de espectros. Ya que el espectro de fuente finita genera amplitud constante para las bajas frecuencias, en ese rango se usa el valor mínimo correspondiente al espectro de fuente puntual.

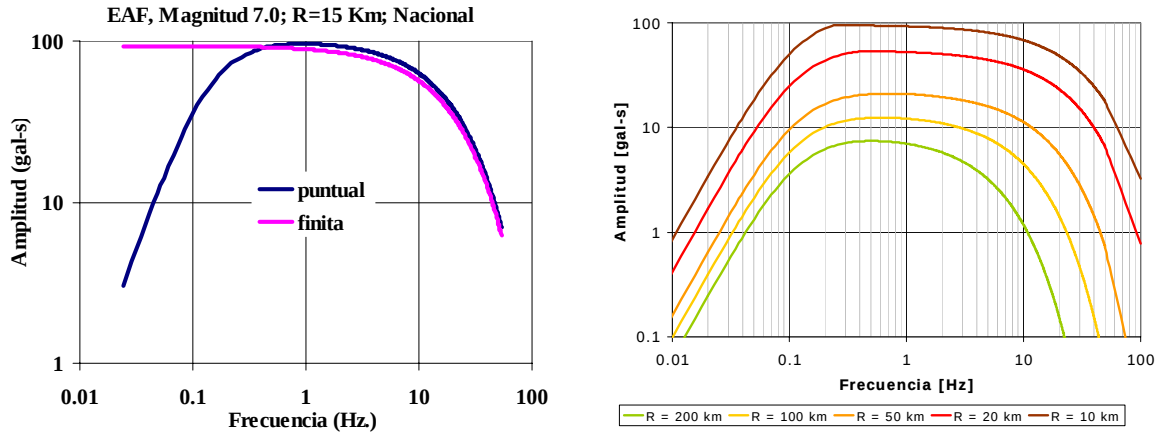


Figura 18 Izquierda: Modelos de fuente puntual y fuente finita para una combinación de magnitud y distancia; derecha: Leyes de atenuación para diferentes distancias en una misma magnitud.

Al realizar el mismo análisis para diferentes distancias es posible construir leyes de atenuación de espectros de amplitudes de Fourier para diferentes magnitudes como se observa en la Figura 18 derecha. Cada uno de estos espectros tiene un valor pico esperado que se puede evaluar con la teoría anteriormente expuesta.

Al comparar los registros calculados y registrados y minimizar la desviación fue posible identificar los parámetros del modelo sismológico adoptado para describir el EAF; estos se muestran en la tabla 2 (Tomado de Gallego & Ordaz, 1999)

Tabla 2 Resultado de la calibración de parámetros para cada caso analizado.

ZONA	*Q1*	ε	*Qo*	$R_{\theta\phi}$	K_1	σ	$\Delta\sigma$	e_m
Activa	3600	1.0	750	0.6	0.008	0.56	125	0.007
Subducción	3800	1.5	750	0.6	0.010	0.65	250	-0.002
Promedio nacional	3800	1.5	750	0.6	0.012	0.65	185	-0.007

e_m es el error medio, que se define como el promedio de los logaritmos de los cocientes entre aceleraciones observadas y calculadas; e_m es una medida del sesgo de la estimación. σ es la desviación estándar de los logaritmos naturales

Para los sismos de fallas activas la desviación estándar es de 0.56, mientras que para subducción es de 0.65. Si se incluyen todos los sismos ("nacional") se obtiene un valor de σ=0.65. En términos generales, los errores medios son aceptablemente bajos. Resulta bastante relevante mencionar que el realizar los análisis con bases de datos propias es bastante importante y útil; sin embargo, el análisis de los datos disponibles ha permitido evaluar los parámetros relevantes de un modelo sismológico y no han generado por si mismos mediante regresiones clásicas aproximaciones estadísticas que para el caso de bases de datos pobres como es nuestro caso no funcionan bien.

El desempeño de estas nuevas leyes de atenuación fue comparado para fines académicos y desde el punto de vista estadístico (Gallego & Ordaz, 1999), con el de las usadas en estudios anteriores realizados en el país, utilizando la misma base de datos de aceleraciones que se ha utilizado en el presente trabajo. Los resultados de dicha comparación y sus conclusiones estadísticas más importantes por tipo de zona se presentan en la Tabla 3

Tabla 3 Comparación estadística de las diferentes leyes usadas. Se analiza el desempeño de diversas leyes de atenuación (filas de la tabla) cuando se utilizan diversas bases de datos (columnas de la tabla)

	ACTIVA		SUBDUCCION		NACIONAL	
Ley	σ	e_m	σ	e_m	σ	e_m
Donovan I[+]	1.14	0.91	0.78	-0.42	0.97	-0.66
DonovanII[+]	1.47	-1.28	1.06	-0.83	1.26	-1.05
McGuire[+]	1.47	-1.31	1.18	-0.97	1.35	-1.14
Promedio[+]	1.44	-1.25	1.06	-0.83	1.24	-1.04
Activa*	**0.56**	**0.007**	-	-	-	-
Subducción*	-	-	**0.65**	**-0.002**	-	-
Nacional*	-	-	-	-	**0.65**	**0.007**

[+]Leyes consideradas en el Estudio de Amenaza Sísmica de Colombia
*Leyes obtenidas por Gallego & Ordaz, 1999

Las conclusiones de dicha tabla son bastante relevantes porque muestran que la desviación de relaciones antiguas es bastante mayor cuando se usan con sismos colombianos, el uso del método semiempírico mostrado en el capítulo genera leyes de atenuación con desviaciones y sesgos bastante aceptables, teniendo en cuenta la amplia dispersión con que trabaja este tipo de problemas. e_m fue además graficado para cada tipo de fuente con respecto a la distancia, para poder visualizar su comportamiento a medida que se alejan del epicentro los diferentes eventos; el resultado en las leyes "activa" y "subducción", presenta un grado aceptable de simetría para todas las distancias comprobando así el bajo error medio o sesgo, como se puede observar en la Figura 19:

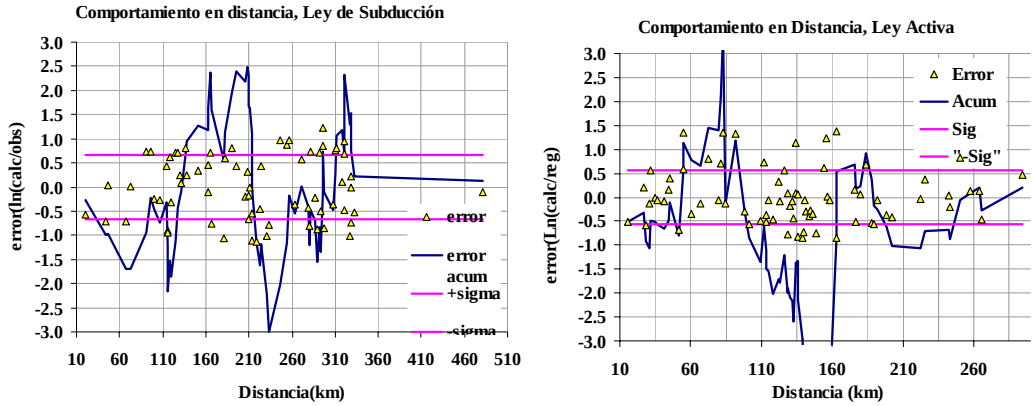


Figura 19 Izquierda: Modelos de fuente puntual y fuente finita para una combinación de magnitud y distancia; derecha: Leyes de atenuación para diferentes distancias en una misma magnitud.

Se observa en general que las leyes usadas en estudios anteriores para el país tienen desviaciones estándar mayores que las utilizadas en el presente estudio y, además, sobrestiman sistemáticamente las aceleraciones observadas. También se nota que, para igual magnitud y distancia, la ley para sismos de subducción predice aceleraciones más altas que para los temblores continentales; esto se refleja, principalmente, en un mayor valor de la caída de esfuerzos (ver Tabla 2). En todas las leyes se observa la saturación de A_{max} en altas magnitudes y cortas distancias. Al comprobar con sismos pasados de los cuales se conoce su magnitud y distancia epicentral, es posible corroborar el favorable comportamiento de las leyes de EAF encontradas a partir del análisis con sismos colombianos. El contar con buenas aproximaciones para los espectros de EAF garantiza que los valores pico generados a partir de teoría de vibraciones aleatorias de los mismos sean correctos.

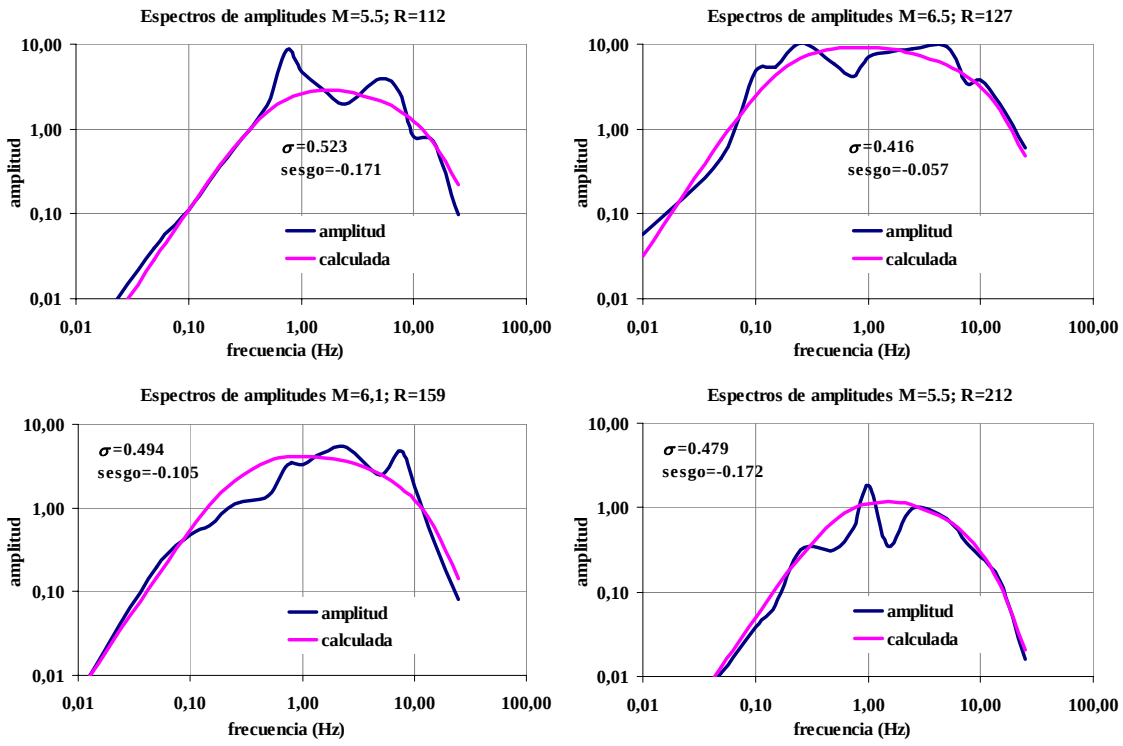


Figura 20 Izquierda: Modelos de fuente puntual y fuente finita para una combinación de magnitud y distancia; derecha: Leyes de atenuación para diferentes distancias en una misma magnitud.

En la Figura 20 es posible ver la buena aproximación de los EAF calculados contra los registrado en algunos sismos intermedios en Colombia. Al repetir el proceso para todas las distancias y magnitudes es posible generar leyes de atenuación de la intensidad asociada; en este primer caso los EAF reflejan la variable de aceleración máxima del suelo por lo que pueden obtenerse los valores picos de cada combinación de magnitud y distancia y para cada tipo de mecanismo focal como es posible observar en la Figura 21.

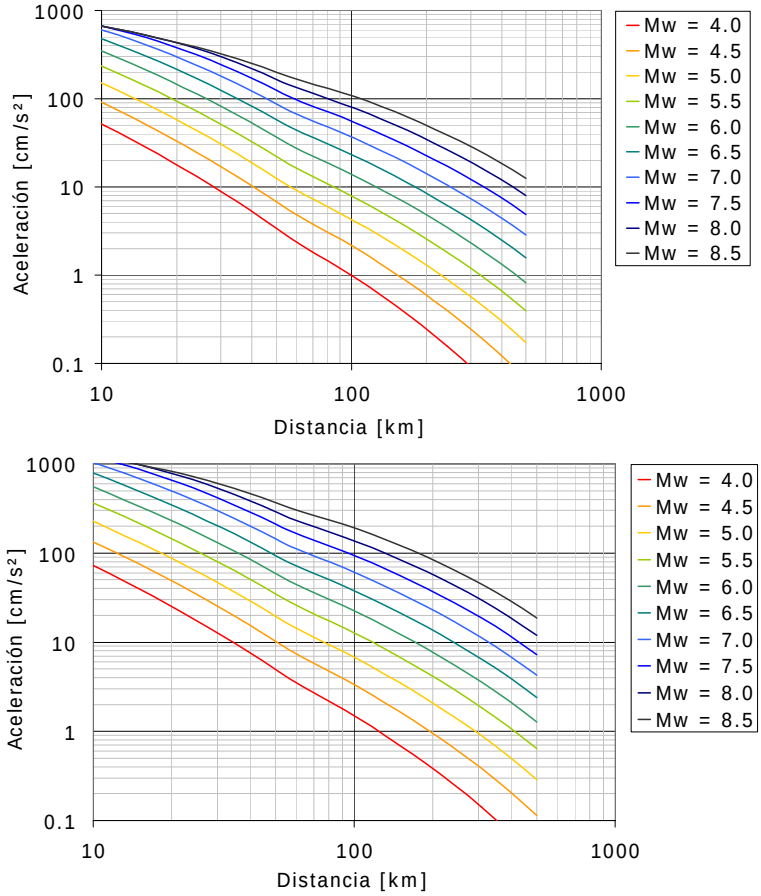


Figura 21 Leyes de atenuación de A_{max} para las zonas tectónicas del territorio Colombiano. Arriba: Ley Fuente Activa, Abajo: Ley Fuente Subducción.

Cálculo de amenaza sísmico en suelo firme.

Una vez conocidas la sismicidad de las fuentes y los patrones de atenuación de las ondas generadas en cada una de ellas, el amenaza sísmico puede calcularse considerando la suma de los efectos de la totalidad de las fuentes sísmicas y la distancia entre cada fuente y el sitio donde se encuentra la estructura. El amenaza, expresado en términos de las tasas de excedencia de intensidades ***a***, se calcula mediante la siguiente expresión (Esteva, 1970):

$$\nu(a \mid Ro, p) = \sum_{n=1}^{n=N} \int_{Mo}^{Mu} -\frac{\partial \lambda}{\partial M} \Pr(A > a \mid M, Ro) dM \qquad (112)$$

donde la sumatoria abarca la totalidad de las fuentes sísmicas, *N*, y *Pr(A>**a**|M,R)* es la probabilidad de que la intensidad exceda un cierto valor, dadas la magnitud del sismo, *M*, y la distancia entre la i-ésima fuente y el sitio, *R*. Las funciones $\lambda(M)$ son las tasas de actividad de las fuentes sísmicas, mismas que se describieron anteriormente en la ecuación 1. La integral se realiza desde M_0 hasta M_u, lo que indica que se toma en cuenta, para cada fuente sísmica, la contribución de todas las magnitudes.

Conviene hacer notar que la ecuación anterior sería exacta si las fuentes sísmicas fueran puntos. En realidad son volúmenes, por lo que los epicentros no sólo pueden ocurrir en los centros de las fuentes sino, con igual probabilidad, en cualquier punto dentro del volumen correspondiente. Al calcular se debe tomar en cuenta esta situación subdividiendo las fuentes sísmicas en diversas formas geométricas, en cuyo centro de gravedad se considera concentrada la sismicidad de la fuente En vista de que se supone que, dadas la magnitud y la distancia, la intensidad tiene distribución lognormal, la probabilidad $Pr(A>a|M, R_i)$ se calcula de la siguiente manera:

$$\Pr(A > a \mid M, Ro) = \phi\left(\frac{1}{\sigma_{Lna}} \ln \frac{med(A \mid M, R_i)}{a}\right) \qquad (113)$$

siendo $\Phi(\cdot)$ la distribución normal estándar, $Med(A|M, R_i)$ la mediana de la intensidad (dado por la ley de atenuación correspondiente) y σ_{lna} la desviación estándar del logaritmo natural de *a*.

En la ecuación 113 se incluyen tanto la ley de atenuación, como la incertidumbre en ella. Sin embargo, para la zona sismogénica, los parámetros *p* que definen la curva de tasas de excedencia de la magnitud, no son deterministas. Por tanto, para calcular la tasa de excedencia no condicionada, $\nu(a)$ procede calcular el valor esperado con respecto a las variables inciertas, por lo que la expresión de cálculo de la tasa de excedencia de la aceleración es:

$$\nu(a) = \int_{R(p)} \nu(a \mid p) P_p(P) dp \qquad (114)$$

donde Pp(p) es la densidad conjunta de probabilidades de los parámetros que definen a $\lambda(M)$. La ecuación proporciona la contribución de una fuente, y cuando se consideran varias fuentes basta sumar las contribuciones de todas las fuentes sísmicas, para obtener la tasa de excedencia total. La amenaza sísmica se expresa, entonces, en términos de la tasa de excedencia de valores dados de intensidad sísmica. Como se ha indicado, en este estudio la intensidad sísmica, a, se puede medir con las ordenadas del espectro de respuesta de diversas intensidades. El cálculo de amenaza sísmico implica la solución de integrales múltiples. Para ello se usó el programa CRISIS2003 desarrollado por Ordaz *et al*. (1999) que emplea métodos numéricos conocidos. Para la evaluación de la amenaza en Colombia se construyó un modelo con las 34 fuentes descritas anteriormente, con su geometría y buzamiento según estudio AIS (1996). A cada una de las fuentes se le asignó su correspondiente ley de atenuación. Así, las zonas de subducción y Benioff quedaron con la ley de subducción y las restantes llevaron la ley activa, todas deducidas en este estudio anteriormente.

Ampliación a ordenadas espectrales

De la misma manera, si los *EAF* de las ecuaciones 54 y 58 se multiplican por la función de transferencia de un oscilador de un grado de libertad con período y amortiguamiento conocidos, la aplicación del procedimiento de vibraciones aleatorias permite estimar el valor de la respuesta máxima que tendría este oscilador ante el sismo caracterizado por el *EAF* correspondiente. Si esto se repite para varios periodos, se habrá calculado el espectro de respuesta y, consecuentemente, leyes de atenuación para las ordenadas espectrales deseadas. Conviene hacer notar que en este caso, la duración de fase intensa, T_d, no debe ser la duración de la excitación sino la duración de la respuesta del oscilador, T_r. Esta puede obtenerse con la siguiente expresión, debida a Joyner y Boore (1983):

$$T_r = T_d + \frac{u^3}{2\xi f_0 \pi \left(u^3 + \frac{1}{3} \right)} \qquad (115)$$

donde $u=T_d/T_o$, siendo T_o, el periodo natural del oscilador. Nótese que la función de transferencia del oscilador de un grado de libertad debe ser la que corresponda a la respuesta espectral deseada. Así, por ejemplo, si se desean leyes de atenuación para la seudoaceleración, habrá de usarse la función de transferencia de aceleración del suelo a seudoaceleración espectral.

La Figura 22 muestra leyes de atenuación espectrales de los diferentes mecanismos focales usados en el estudio para diferentes condiciones de magnitud y distancia. En estas es posible encontrar las respuestas máximas de osciladores para combinaciones de amenaza conocida; la extensión del procedimiento a la teoría de amenaza o amenaza sísmica es valida. Una vez más los datos aquí mostrados deben ser usados con la cautela y el criterio profesional que el caso amerita.

Una análisis clásico de Amenaza sobre las leyes de atenuación espectrales de aceleración permite encontrar las tasas de excedencia, tal y como se mostró en el Capítulo de Cálculo de Amenaza.

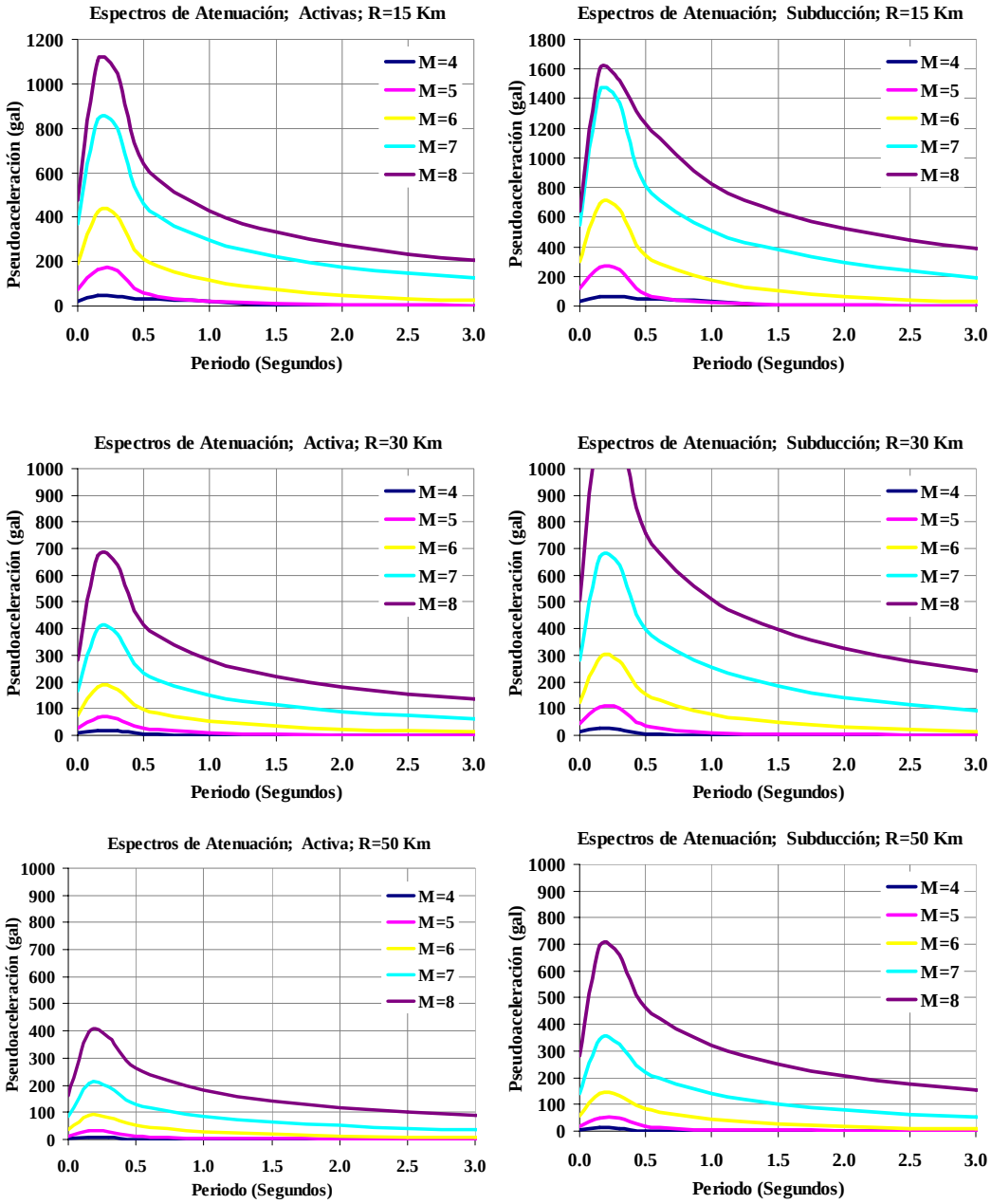


Figura 22 Leyes de atenuación de ordenadas espectrales para diferentes mecanismos focales.

Registros sintéticos generados a partir de funciones empíricas de Green

La manera más exacta de calcular la respuesta de una estructura a un movimiento determinado es analizándola paso a paso, es decir, calculando todas las variables en cada momento de la historia de carga dinámica. La gran dispersión de respuestas a una familia de sismos apropiados para un sitio dado obliga a analizar las numerosas perturbaciones y procesar los resultados de forma estadística. El numero disponible de registros sísmicos fuertes asociado con foco y magnitudes dados siguen siendo escasos y de ahí la necesidad de simular sismos de forma adecuada con las características tectónicas y de amenaza presentes.

Los modelos de simulación son muchos; sin embargo, se debe usar el criterio para seleccionar un modelo teniendo en cuenta un conjunto determinado de circunstancias en cada análisis. El modelo más simple de simulación es mediante un segmento de ruido blanco (ruido blanco es un proceso estocástico con distribución igual de energía en todas las frecuencias, es decir, $G(\omega)$ constante esto es adecuado para sistemas lineales de un grado de libertad, si las ordenadas espectrales varían suavemente en la cercanía del periodo natural es muy corto, no menores que $v_{max}/2\pi a_{max}$; es también adecuado para estructuras de un grado de libertad ligeramente no lineales si, además, el espectro esperado de aceleraciones es casi plano, considerablemente más allá del periodo natural de la estructura. En complejidad siguen los procesos gausianos estacionarios (Un proceso estocástico es gaussiano cuando la distribución de probabilidad de la variable estocástica es gausiana en todo instante). Con este tipo de análisis se pueden generar familias de movimientos simulados cuyas ordenadas espectrales siguen un comportamiento especifico; tales movimientos son adecuados para sistemas de varios grados de libertad lineales; sin embargo tiene como limitación que si el proceso es gaussiano en la roca no se mantiene así después de ser transmitido a través del filtro del suelo (Rosenblueth, 1981).

Un perfeccionamiento del anterior proceso consiste en usar una función moduladora determinística del tiempo, esta reproduce las fases de crecimiento de energía, aproximadamente estacionaria y de decaimiento de los sismos reales, este modelo se puede usar en modelos no lineales siempre que su absorción de energía histerética sea suficientemente alta para que la dependencia del contenido de frecuencia con respecto al tiempo no tenga efectos significativos (Rosenblueth, 1971). La respuesta de un oscilador armónico amortiguado a un ruido blanco o gaussiano, cambia en su contenido de frecuencia con el tiempo de manera similar a la de los sismos reales; su modulación de la amplitud se parece también a la de los sismos reales; sin embargo, como este efecto no se controla en la simulación este tipo de modelos conducen generalmente a resultados menos exactos; por ello sobreponiendo tres segmentos con amplitud modulada de procesos gaussianos estacionarios, cada uno comenzando en un instante diferente y cada uno con diferente función de densidad espectral de potencia, se simulan las tres fases típicas que contienen ondas P, S y superficiales y se pueden aproximar las variaciones en la amplitud y en la frecuencia. La acción simultanea de los componentes traslacionales puede abordarse generando procesos no correlacionados a lo largo de tres direcciones principales; la consideración de la acción simultanea es importante en sistemas no lineales para los cuales no tiene validez el principio de superposición (Rosenblueth, 1981).

Más confiable que los anteriores modelos es la generación de movimientos según un modelo físico; se supone una generación de ondas *P*, *S* y superficiales en una serie de focos muy cercanos sobre una línea recta, simulando así la propagación de la falla; cada onda generada se repite varias veces con cambio de amplitud y fase aleatorios simulando así el proceso natural. Se han desarrollado técnicas para generar sismos simulados, cuyas ordenadas espectrales se ajustan a una forma especificada. En esencia, la función de densidad espectral de potencia se calcula a partir de la forma espectral especificada, esto determina cuanta energía debe asignarse a cada una de un gran número de frecuencias. Las fases entonces son aleatorias. No obstante, de todos los avances los métodos disponibles no son capaces aún de incorporar la amplia dispersión de las ordenadas espectrales respecto a la media, lo que es característico de los sismos reales. A continuación se muestran en detalle varios modelos de simulación a partir de las funciones de densidad espectral de potencia del movimiento; teniendo en cuenta que las bases sismológicas permiten calcular esta variable de forma confiable.

Los desarrollos de la sismología moderna han sido incorporados de manera formal a la simulación sísmica; así como se describió anteriormente los movimientos sísmicos que se perciben en la superficie son una consecuencia de las características de la fuente, la trayectoria de las ondas y las condiciones del suelo presente; desde hace varias décadas se han formulado numerosos modelos matemáticos para simular acelerogramas que timen en cuenta parámetros físicos de la fuente y del medio tales como magnitud, distancia dimensiones de la falla, forma y velocidad de dislocación, caída de esfuerzos, momento sísmico, atenuación, etc.

Todos los modelos buscan las simulaciones a partir del *EAF* que se extrae directamente de la teoría sismológica del espectro radiado clásica de Aki y Brune; La duración de la fase intensa de los eventos es extraída como una función de la frecuencia de esquina tal y como lo describió Herrman y de esta manera es posible obtener la densidad de potencia espectral $G(\omega)$. Formalmente muchas de estas variables son extraídas de análisis de amenaza sísmico como los mostrados en Gallego y Yamin (2002). Los modelos pueden ser estacionarios o no y son los que mejor representan la forma de sismos reales con propiedades tales como llegada de onda P, onda S, superficiales, coda, duración efectiva del movimiento y distribución adecuada de la energía. De esta manera usando una función de densidad de potencia espectral generada por la sismología es posible generar sismos con cualquiera de los métodos presentados en esta sección.

No obstante; el uso de temblores pequeños como funciones empíricas de Green ha ido ganando terreno en los últimos años usando el método con el modelo de fuente (dislocación) propuesto por Haskell (1964) y descrito en el capítulo II y en las leyes de similitud de terremotos derivadas por Kanamori y Anderson (1975), y Geller (1976). Los parámetros para la generación de movimientos sísmicos deben ser consistentes con las relaciones de escala entre los momentos sísmicos y los parámetros de la falla, tales como longitud y ancho de la falla y el tiempo de ascenso, este último es el que transcurre desde que se inicia la dislocación hasta que se presenta el desplazamiento final de la falla

Para simular grandes sismos a partir de funciones empíricas de Green, se han desarrollado diferentes aproximaciones (Irikura, 1983; Joyner y Boore, 1986; Boartwright, 1988; Wennerberg, 1990; Kanamori *et al*., 1993; Zeng *et al*., 1994; Tumarkin *et al*., 1994), todos estas técnicas funcionan cumpliendo modelos de fuentes aceptados de forma impuesta. Muchos de estos casos requieren que el proceso de ruptura sea descrito, y esto hace necesario incluir muchos parámetros que frecuentemente desconocemos. Para ello Joyner y Boore (1986), asumen el modelo omega cuadrada, en el cual es posible representar sismos que tienen distribución uniforme de probabilidad en el tiempo sobre la duración de la ruptura del evento a modelar escogido, esto ultimo no conduce a sismográmas muy realistas, por lo que Wennerberg (1990) modifica este esquema y escoge una distribución de probabilidad que varia en el tiempo y elimina las fallas del anterior método, llegando a un proceso que resulta muy sencillo en el dominio del tiempo.

El procedimiento de Wennerberg (1990) sin embargo, sobrestima el nivel de alta frecuencia del espectro del evento escogido, especialmente si el momento sísmico es mucho mayor que el evento a modelar (>>200 veces), esto último representa un inconveniente para algunas aplicaciones practicas. Un método propuesto por Ordaz *et al* (1995), sigue un proceso similar al de Wennerberg, derivando una distribución de probabilidad variable en el tiempo, siguiendo un proceso de sumatoria similar al originalmente propuesto por Joyner y Boore.

Sea $a_s(t)$, el registro de un pequeño evento escogido en el sitio de interés, además Mo_s y ω_{cs} el momento sísmico y la frecuencia de esquina del mismo; como el modelo asume el mismo modelo de ruptura para el sismo pequeño como para el grande, bastara conocer el momento sísmico del sismo esperado Mo_e y la frecuencia de esquina ω_{cs} del mismo para que el proceso pueda ser realizado. Además se asume que el espectro fuente de ambos sismos obedecen al modelo omega cuadrada propuesto por Brune.

Se comienza adoptando el esquema de sumatoria de Joyner y Boore, considerando que el evento escogido tiene N celdas o tiempos; el esquema generará j eventos que no serán iguales a los N de la señal pequeña escogida, de esta forma adoptando como base el espectro de Fourier del sismo pequeño, podemos hallar el mismo espectro del sismo grande que deseamos modelar de la siguiente forma:

$$A_e(\omega)=\xi A_S(\omega)\sum_{j=1}^{N} e^{-i\omega t j} \tag{116}$$

Se puede observar que los valores t_j son aleatorios, independientes e igualmente distribuidos, con función de densidad de probabilidad $p(t)$; el valor esperado del espectro mencionado en la ecuación (116) elevado al cuadrado puede darse mediante:

$$E[|A_e(\omega)|^2]=\xi^2|A_S(\omega)|^2[N+(N^2-N)|P(\omega)|^2] \tag{117}$$

Donde $P(\omega)$ es la transformada de Fourier de la función de densidad de probabilidad $p(t)$. La relación espectral entre la señal resultante y la original, $R(\omega)$ puede ser estimada mediante:

$$R(\omega)=\sqrt{\frac{E[|A_e(\omega)|^2]}{|A_S(\omega)|^2}}\approx\xi\sqrt{N+(N^2-N)|P(\omega)|^2} \tag{118}$$

esta última aproximación es comprobada en Ordaz et al (1995). Por definición $P(0)$=1, de aquí se deduce que $R(0)=\xi N$, por otro lado si $\omega\to\infty$, entonces $R(\infty)=\xi N^{1/2}$. La suposición del modelo de fuente omega cuadrada, implica que la relación espectral del evento escogido como evento pequeño, $H(\omega)$, debe ser:

$$H(\omega)=\frac{M_{oe}}{M_{os}}\left[\frac{1+(\omega/\omega_{cs})^2}{1+(\omega/\omega_{ce})^2}\right] \tag{119}$$

los valores de N y ξ pueden darse mediante:

$$N=\left(\frac{M_{oe}}{M_{os}}\right)^{4/3}\left(\frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s}\right)^{-4/3} \tag{120}$$

$$\xi=\left(\frac{M_{oe}}{M_{os}}\right)^{-1/3}\left(\frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s}\right)^{4/3} \tag{121}$$

donde $\Delta\sigma$ es el parámetro de caída de esfuerzos, relacionado con la frecuencia ω_c, por medio de Brune (1970):

$$\omega_c=2\pi 4.9*10^6\beta(\Delta\sigma/Mo)^{1/3} \quad (122)$$

finalmente el momento sísmico se relaciona con la magnitud según Hanks y Kanamori, (1979) de la siguiente forma:

$$Mo=10^{1.5M_w+16.1} \quad (123)$$

Donde β es la velocidad de onda cortante en km/seg $\cong$ 3.5, *Mo* el momento sísmico en dinas-cm y $\Delta\sigma$ en bares, con este esquema el proceso alcanza un correcto escalamiento tanto para bajas como altas frecuencias. Sin embargo, para frecuencias intermedias *R(ω)* depende de *P(ω)* y de la distribución de probabilidad de los tiempos de retraso, *P(t)*, por ello si se requiere que el escalamiento sea el correcto en todas las frecuencias, entonces *H(ω)* debe ser igual a *R(ω)* para todas las frecuencias; por ello partiendo de las ecuaciones 118 y 119 es posible derivar *P(ω)* de la siguiente forma:

$$|P(\omega)|=\frac{\sqrt{1+a(\omega/\omega_{ce})^2}}{1+(\omega/\omega_{ce})^2} \quad (124)$$

el valor de *a* tiene la siguiente expresión:

$$a=\frac{2\omega^2_{ce}}{\omega^2_{ce}+\omega^2_{cs}} \quad (125)$$

Siguiendo el criterio de Wennerberg (1990), se impone una restricción adicional para que *P(ω)* sea real. En este caso la función de densidad de probabilidad deseada esta dada por la transformada inversa de la forma:

$$P(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sqrt{1+a(\omega/\omega_{ce})^2}}{1+(\omega/\omega_{ce})^2}e^{i\omega t}d\omega \quad (126)$$

La aplicación del método arriba descrito requiere de la generación de números aleatorios con función de densidad de probabilidad, como la descrita en la ecuación 126, para llegar a ello, se hace necesario hacerlo mediante el método inverso, en el cual un numero aleatorio con distribución de probabilidad *P(t)* puede ser obtenido mediante la siguiente relación:

$$t_i=P^{-1}(u_i) \quad (127)$$

donde t_i es un numero aleatorio con la distribución de probabilidad deseada, u_i es un numero aleatorio con distribución uniforme entre 0 y 1, $P^{-1}(.)$ es la inversa de la distribución de probabilidad. La aplicación del método inverso requiere que *P(.)* pueda ser invertida; Ordaz et al (1995) encontraron que *P(.)* puede ser hallada numéricamente, con una convergencia muy rápida de la siguiente forma:

$$P(t)=1/2+1/2(1-e^{-\omega_{ce}t})\sqrt{1-a}+1/\pi\sqrt{a}\int_{1/\sqrt{a}}^{\infty}\frac{\sqrt{y^2-1/a}}{y(y^2-1)}(1-e^{-\omega^{ty}_{ce}})dy \text{ -> } t>0 \quad (28) \quad (128)$$

nótese que la función de densidad de probabilidad es simétrica con respecto a t=0, una vez que $P(t)$ es evaluado es posible realizar la inversa numéricamente por medio de la solución de la ecuación $u=P(t)$, de forma iterativa para valores dados de u entre 0 y 1. Si la tabla $(u\text{-}t)$ es construida para valores de u que son igualmente espaciados y lo suficientemente cercanos, entonces la función inversa puede ser hallada y de este modo los valores de t_j pueden ser calculados por interpolación para valores aleatorios arbitrarios de u. Finalmente los valores de t_j se reemplazan en la ecuación 116 para la generación del evento esperado.

Una ultima incógnita la constituye el valor de la caída de esfuerzos de la señal pequeña; pero esta puede ser resuelta mediante la generación del espectro de amplitudes y la posterior ubicación de la frecuencia de esquina del mismo; finalmente mediante la ecuación (122) y conociendo el momento derivado de la magnitud es posible derivar el valor de la caída de esfuerzos $\Delta\sigma$.

Amenaza sísmica con efectos locales de suelo

El resultado de los estudios de amenaza sísmica tradicionales es la aceleración máxima en terreno firme ó la aceleración pico efectiva para un punto ubicado en roca. Sin embargo, en la mayoría de casos el punto de análisis se encuentra sobre un estrato de suelo blando cuyas características mecánicas son muy diferentes a las propiedades de los materiales considerados como rocas. Para incluir los efectos de sitio, es decir lo cambios en las características de la onda sísmicas en su viaje en el interior del depósito se debe realizar un estudio de propagación de onda. A continuación se presenta la metodología empleada para tener en cuenta los efectos de sitio dentro del análisis realizado. En la Figura 23 se presentan de manera esquemática el efecto del depósito blando en las características de la señal en superficie.

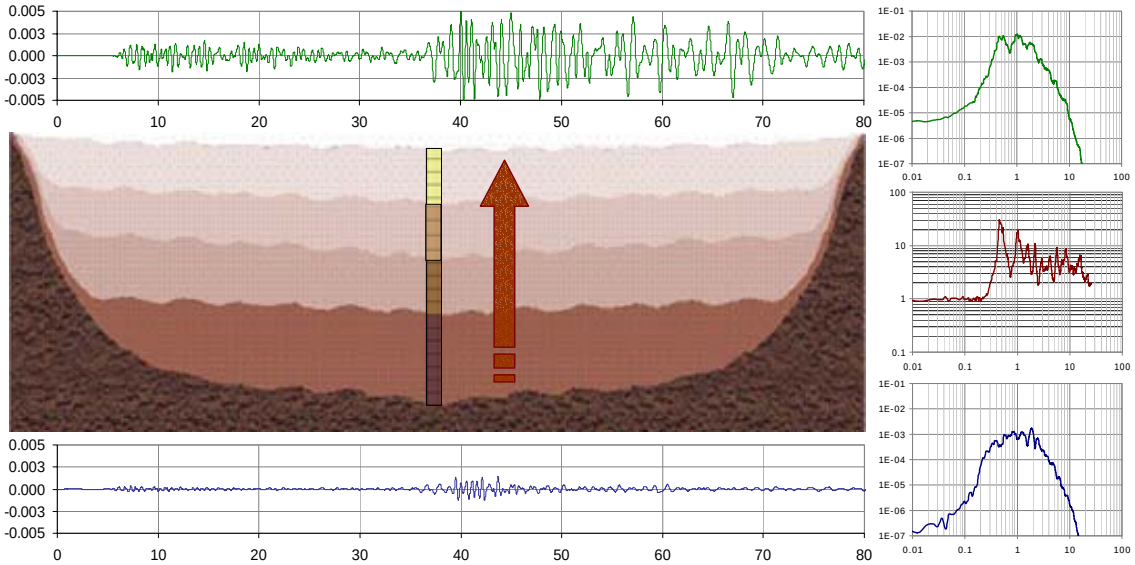


Figura 23 Esquema efectos de sitio

Aproximación Lineal

Para cuantificar los efectos locales por condiciones geotécnicas especiales, el procedimiento que aquí se plantea consiste en evaluar funciones de transferencia de los depósitos de suelos

mediante diversas técnicas, con el fin de multiplicar aquellas por los espectros fuentes hallados previamente para el caso de suelo firme y así obtener el (*EAF*) en el caso que nos ocupa con efectos locales. La Figura 23 ilustra el esquema planteado para el sismo de Armenia registrado con efectos locales de suelo en la Universidad del Quindío; el *EAF* (Figura 23 izquierda) en un sitio determinado son hallados mediante la magnitud el evento (M_l=6.2) y la distancia hipocentral (R=15 Km); esto permiten evaluar mediante la teoría sismológica descrita en la primera parte del informe el espectro de amplitudes de Fourier para la magnitud, distancia y mecanismo focal del sismo de ejemplo como se puede observar en la Figura 23 izquierda.

En el marco de la microzonificación de Armenia La Universidad de los Andes realizó la exploración del suelo en el sitio de Uniquindio y conformó un modelo con un perfil de suelo de propiedades dinámicas obtenidas con técnicas geofísicas y de laboratorio. Dicho modelo permitió evaluar la función de transferencia lineal de los suelos en el sitio sobre el cual se localiza la Universidad del Quindío; el resultado es una función de transferencia lineal de los suelos presentes mostrada en la Figura 24 centro donde se muestra el filtro que establecen los suelos a una señal definida mediante un EAF y su duración de fase intensa; para este caso de análisis de suelos fue usado el método de Thomson Haskell que corresponde a la primera aproximación de cálculos de FTs desarrollado en los años 50.

Al multiplicar punto a punto en el dominio de la frecuencia el EAF de Magnitud, distancia y mecanismo focal asociado al sismo de Armenia con la FT del sitio de la Universidad del Quindío, obtenemos el *EAF* del sismo considerado teniendo en cuenta los efectos locales del sitio como se observa en la figura 24 derecha

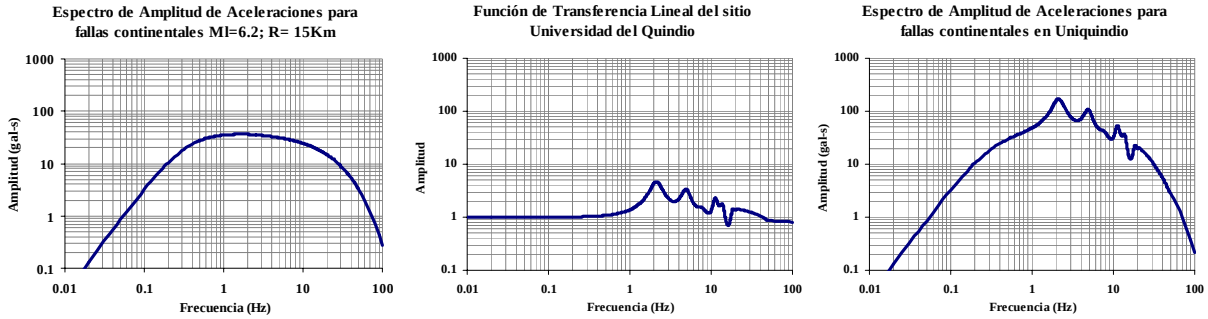


Figura 24 Izquierda: Espectro de amplitudes de Fourier Teórico del sismo de Armenia Ml=6.2, R=15 Km; Centro: Función de Transferencia del sitio Uniquindio; Derecha: EAF del sismo de Armenia sobre Uniquindio Teórico.

El resultado de este EAF es comparado en la Figura 25 Izquierda con el EAF de la señal completa registrado por un aparato acelerografico de la red nacional (es decir el EAF de la suma vectorial de las componentes norte sur y Este-oeste) donde se observa la correcta convergencia en fases y buen grado de aproximación en amplitudes. Debido a la analogía entre el dominio de la frecuencia y el dominio del tiempo establecida por el teorema de Parseval es posible concluir que si se tiene una buena estimación de los parámetros en el dominio de la frecuencia, la teoría de vibraciones aleatorias permitirá obtener de forma confiable una correcta estimación de los valores máximos esperados en el dominio del tiempo. Los valores obtenidos deben ser usados con la cautela y el criterio profesional que el caso amerita.

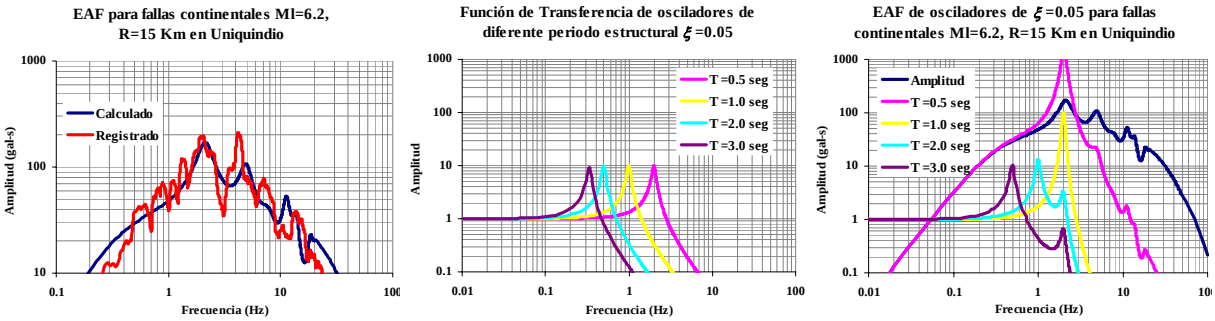


Figura 25 Izquierda: Comparación entre resultados teóricos y registrados de EAF del sismo de Armenia registrado en Uniquindio; Centro: Funciones de Transferencia de osciladores con x=5%; Derecha: EAF de osciladores de 5% de amortiguamiento con respecto al crítico del sismo de Armenia sobre Uniquindio Teórico.

El EAF calculado hasta ahora representa las intensidades máximas registradas en suelo; sin embargo, es necesario para fines de diseño las intensidades que se puedan llegar a registrar sobre las edificaciones, ya que, este es el objetivo final de un estudio de este tipo. Se hace necesario usar funciones de transferencia de osciladores de periodo y relación de amortiguamiento con respecto al crítico conocida. Las funciones de transferencia de los diferentes osciladores son mostradas en la Figura 25 Centro para ξ=5%.

El EAF del suelo es entonces multiplicado nuevamente en el dominio de la frecuencia por cada una de las FT de osciladores y entonces, es posible construir los EAF de cada oscilador de periodo y amortiguamiento conocido sobre los suelos del sitio Uniquindio y para la magnitud y distancia hipocentral de sismos de fuentes continentales como se muestran en la Figura 25 derecha.

Al realizar a cada EAF de oscilador el proceso de teoría de vibraciones aleatorias mediante los momentos estadísticos espectrales y la duración de la fase intensa es posible, como se mencionó, encontrar el valor de la aceleración cuadrática media, que es la variable típica que establece la analogía entre el dominio de la frecuencia y el dominio del tiempo. En la Figura 26 Izquierda se muestra el espectro de respuesta de aceleración cuadrática media para el caso que nos ocupa; siguiendo la TVA es posible, además, encontrar el espectro de factor pico para este caso particular como se muestra en la Figura 26 Centro donde se muestran valores típicos de este tipo de análisis (ver Clough y Penzien, 1973; Davenport, 1964, Rice, 1973; Cartwright y Longuett-Higgins, 1957).

Los valores extremos esperados se generan a partir del producto de la aceleración cuadrática media y el factor pico; este resultado teorico se observa en la figura 39 Derecha. Donde se observa el espectro de respuesta de aceleraciones para la magnitud, distancia epicentral, suelos y mecanismo focal especificados para el sismo de Armenia registrado en la Universidad del Quindío

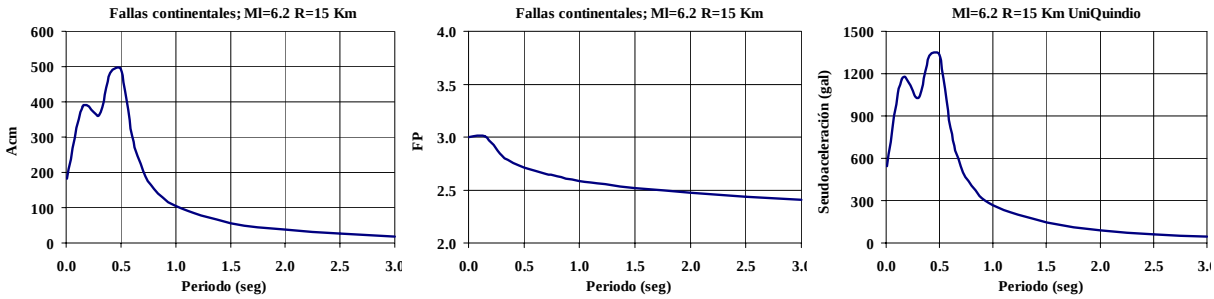


Figura 26 Izquierda: Espectro de Aceleración cuadrática media para x=5% del sismo de Armenia registrado en Uniquindio; Centro: Espectro de Factor pico extraído de la Teoría de vibraciones aleatorias; Derecha: Espectro de Respuesta teorico de 5% de amortiguamiento con respecto al crítico del sismo de Armenia sobre Uniquindio.

El resultado, como en todo en el desarrollo de este trabajo es comparado con los registros del sismo en la estación acelerográfica y son comparados los espectros de respuesta total (es decir los estimados a partir de la componente total del registro obtenida vectorialmente a partir de las componentes ortogonales). En la Figura 27 Izquierda se observa la comparación del espectro de respuesta de aceleración para relación de amortiguamiento de 5% contra lo calculado en este estudio; se observa buena aproximación y esto es gracias a que el modelo ha ido siendo calibrado en cada una de las variables que hacen parte del problema sismológico.

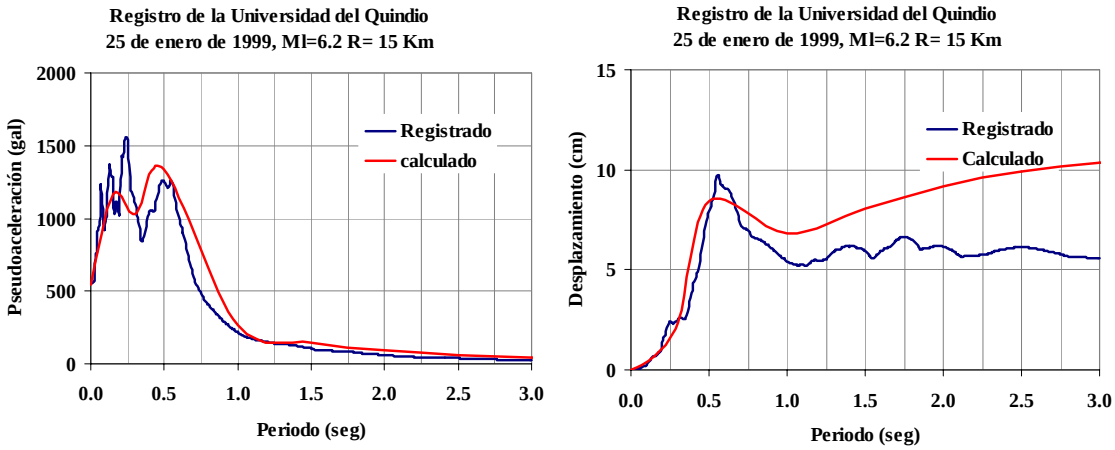


Figura 27 Izquierda: Comparación entre valores registrados y calculados de Espectros de respuesta de aceleración para ξ=5% del sismo de Armenia registrado en Uniquindio; Derecha: Comparación entre valores registrados y calculados de Espectros de respuesta de aceleración para ξ=5% del sismo de Armenia registrado en Uniquindio.

Este resultado no es fortuito porque se fundamenta en la observación exhaustiva de los patrones de comportamiento de los sismos en el territorio de Colombia y años de desarrollo e investigación que lleva este proceso. Nótese que a lo largo de este estudio siempre se ha comparado con los registros instrumentales; porque a pesar de que existe un esfuerzo numérico importante para estos cálculos la corroboración de estos con la realidad brinda una "línea base" para corregir con respecto a lo observado. Nada más amenazaso que no comparar con registros de una zona similar porque los modelos numéricos puros no brindan la sensibilidad y el buen criterio que debe por encima de todo mantenerse en este tipo de procesos. Los resultados de este tipo de análisis deben usarse con la cautela y el buen criterio que este tipo de problemas merece.

La Figura 27 Derecha muestra la comparación de lo registrado y lo calculado para el caso del espectro de desplazamiento del registro del sismo de Armenia; en este caso se sigue el mismo proceso que para la aceleración, solo que en este caso el EAF de la fuente corresponde al desplazamiento. Como se ha mencionado el desplazamiento debido a su dependencia del contenido de las bajas frecuencias siempre ha sido una variable difícil de evaluar consistentemente. Los resultados aquí mostrados muestran la confiabilidad del método con registros de una zona.

El proceso se puede generalizar y entonces establecer los EAFs para combinaciones de Magnitud, distancia y mecanismo focal de tal suerte que puedan obtenerse leyes de atenuación de máximos valores esperados de cualquier variable de interés, así como leyes de atenuación de los diferentes osciladores que componen un espectro de respuesta. En la Figura 28 se presentan las leyes de atenuación de diferentes osciladores para los mecanismos focales usados en este estudio.

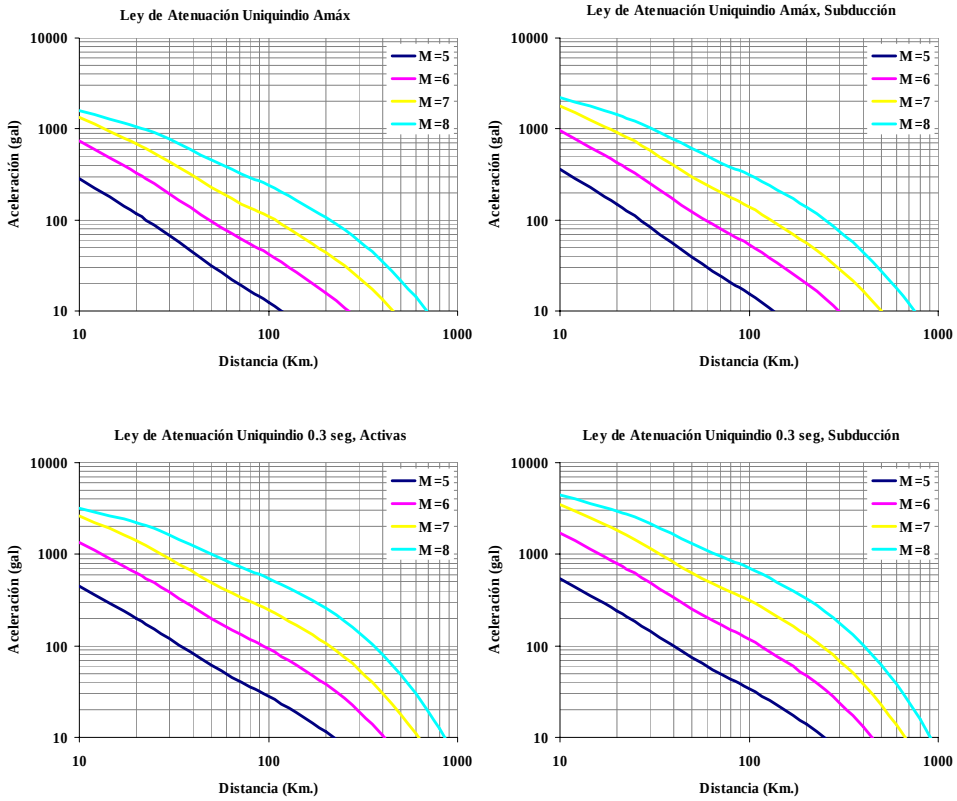


Figura 28 Continúa en la siguiente página

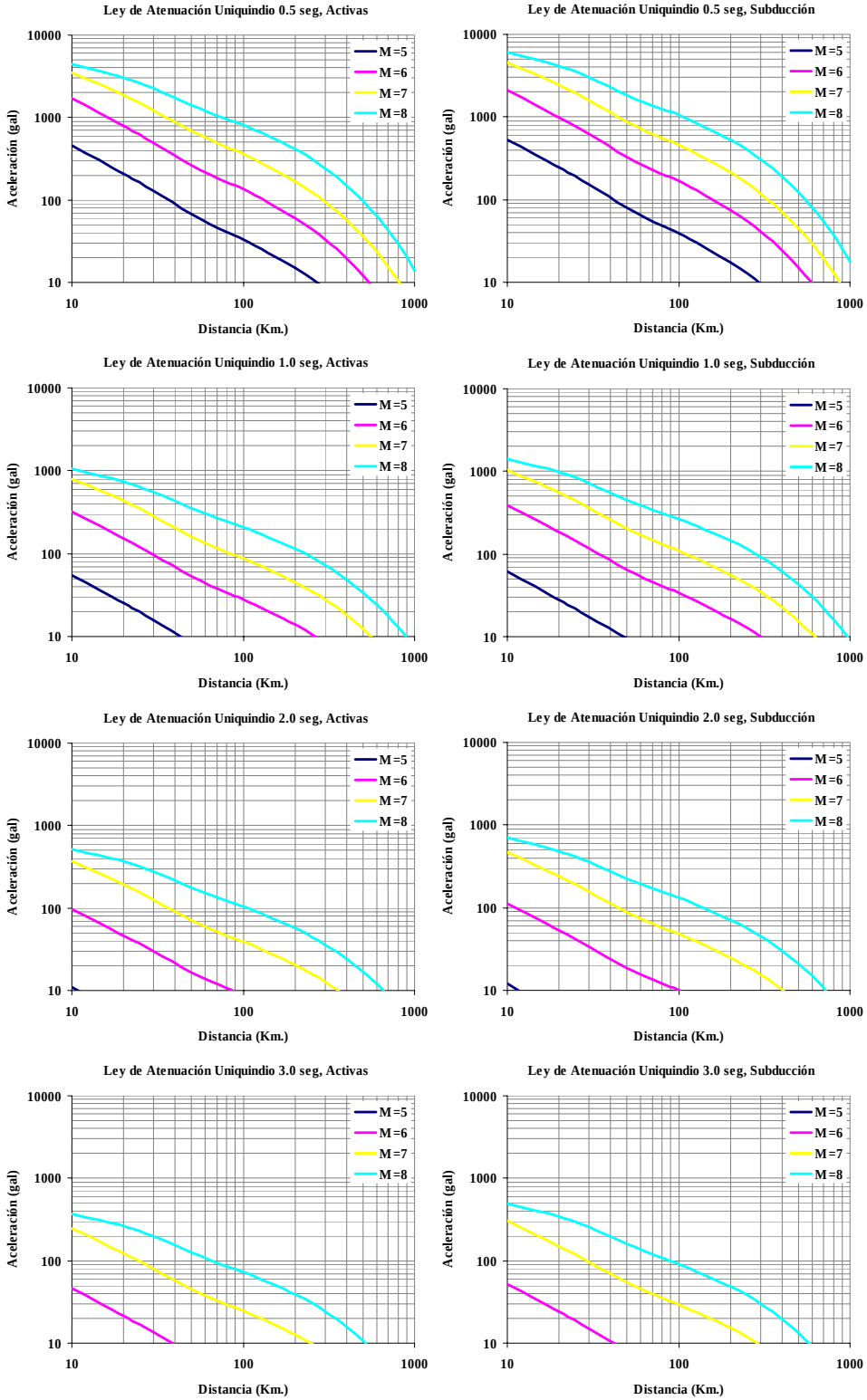


Figura 28 Izquierda: Leyes de Atenuación espectrales de sismos continentales para ξ=5% en el sitio Uniquindio del sismo de Armenia registrado en Uniquindio; Derecha: Leyes de Atenuación espectrales de sismos continentales para ξ=5% en el sitio Uniquindio del sismo de Armenia registrado en Uniquindio

Al contar con leyes de atenuación de cada oscilador de periodo y amortiguamiento conocido en el sitio Uniquindio es posible mediante la teoría clásica de amenaza sísmico de Cornell y Esteva (1969) que permite la evaluación de las tasas de excedencia de cada uno de los periodos espectrales encontrar la amenaza.

En la Figura 29 se presentan las tasas de excedencias de los diferentes mecanismos focales considerados en este estudio. Si se trazan líneas horizontales de periodo de retorno constante, es posible interceptando cada curva de periodo estructural encontrar la intensidad de aceleración que muestre para cada tipo de evento los espectros de amenaza uniforme en el sitio Uniquindio.

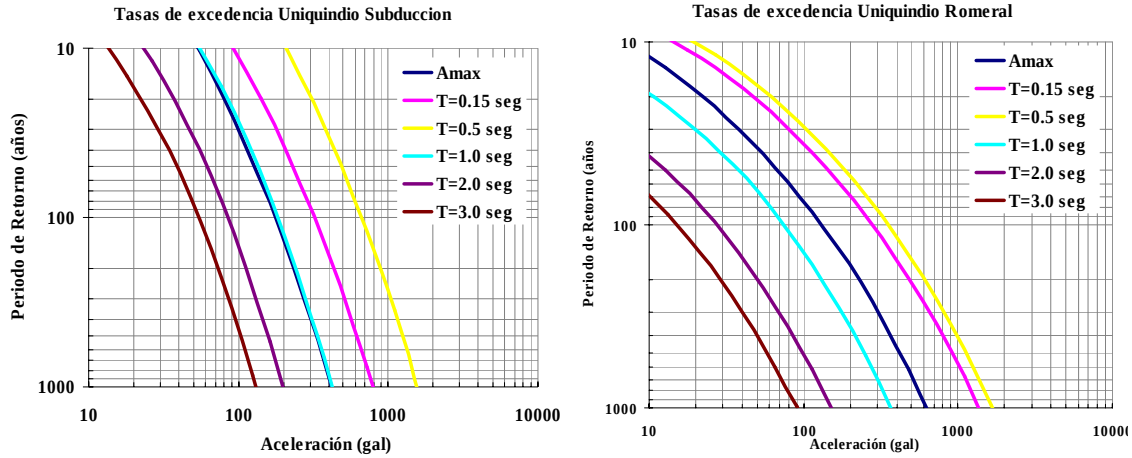


Figura 29 Izquierda: Leyes de Atenuación espectrales de sismos continentales para ξ=5% en el sitio Uniquindio del sismo de Armenia registrado en Uniquindio; Derecha: Leyes de Atenuación espectrales de sismos continentales para ξ=5% en el sitio Uniquindio del sismo de Armenia registrado en Uniquindio

En la Figura 30 se pueden ver los espectros de amenaza uniforme de cada tipo de fuente representativa (Romeral y Subducción) para diferentes periodos de retorno. La aproximación de las fuentes por separado comparada con el sismo registrado el 25 de enero de 1999 muestra los periodos de retorno asociados en cada uno de los fenómenos.

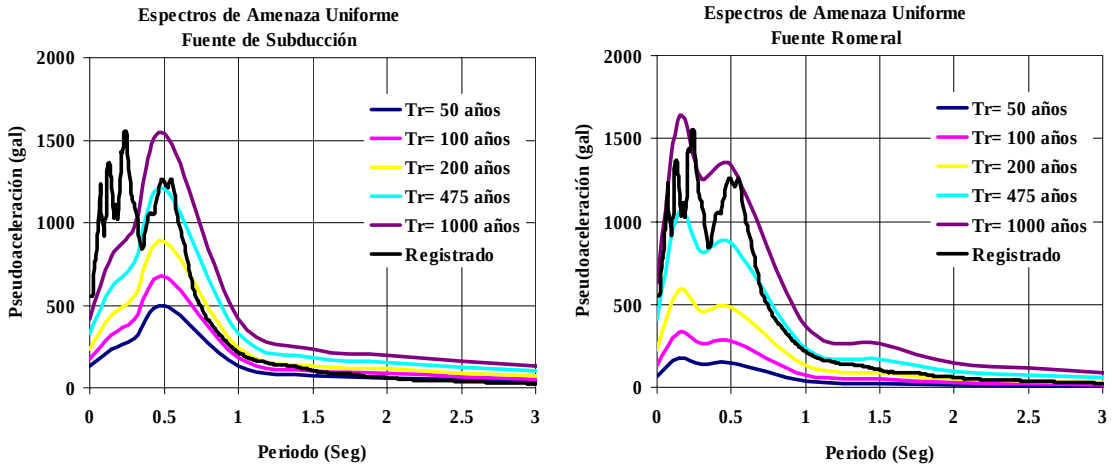


Figura 30 Izquierda: Espectros de amenaza uniforme para fuentes de subducción para ξ=5% en el sitio Uniquindio; Derecha: Espectros de amenaza uniforme para fuentes de Romeral para ξ=5% en el sitio Uniquindio.

La Figura 30 izquierda muestra buena aproximación del sismo registrado en el sitio Uniquindio en los periodos intermedios para periodo de retorno de 475 años y la Figura 30 derecha muestra buena aproximación de los periodos estructurales bajos para periodos de retorno de 1000 años. Esto es una evidencia de que los análisis de amenaza no se pueden hacer coherentemente por separado y exigen la inclusión de todas las fuentes presentes. En la Figura 31 izquierda se muestran los espectros de amenaza uniforme para los sismos de subducción y de Romeral para el periodo de Retorno de 475 años que exige la Ley, en esta es posible visualizar el efecto de la influencia de cada tipo de fuente en la conformación de la amenaza total. La Figura 30 derecha muestra los espectros de amenaza uniforme del sitio Uniquindio para diferentes periodos de retorno; dicha figura que en este caso el periodo de retorno de 475 años constituye la mejor aproximación a lo registrado el día 25 de enero de 1999

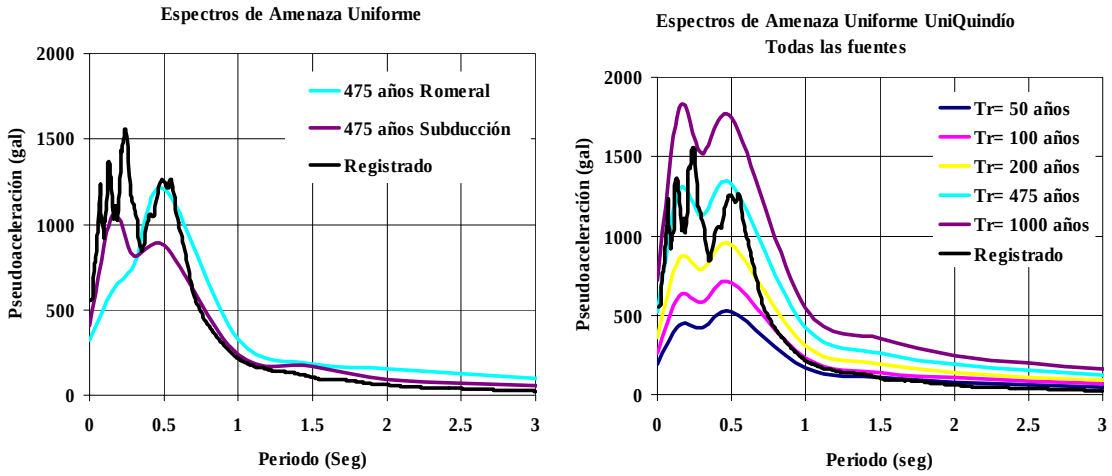


Figura 31 Izquierda: Espectros de Amenaza para ξ=5% en el sitio Uniquindio de los diferentes mecanismos focales para 475 años comparado con el sismo de Armenia registrado en Uniquindio; Derecha: Espectros de amenaza uniforme tomando en cuenta todas las fuentes para el sitio Uniquindio comparado con el registro de la estación

El anterior análisis de amenaza sobre un sitio particular como Uniquindio muestra que este tipo de eventos puede estar asociados a los periodos de retorno que se manejan comúnmente y más aún que este tipo de eventos se puede volver a presentar en la región donde además se encuentra Manizales.

Aproximación no-lineal

La función de transferencia de los suelos (*F.T.*) de un sitio determinado puede también calcularse mediante el procedimiento lineal equivalente (Romo y Barcena. 1993), de propagación vertical de ondas *SH*; y puesto que se toma en cuenta el comportamiento no-lineal de los suelos, las *FT* dependen tanto de la amplitud del movimiento como de su contenido de frecuencias; por lo cual, las *F.T.* se evalúan para cada magnitud y distancia en consideración. Nótese que el procedimiento lineal equivalente es realizado en el dominio de la frecuencia con la densidad espectral de cada EAF y la duración de la fase intensa derivada a partir del criterio de frecuencia de esquina deducida con anterioridad. Con rigor la densidad espectral muestra todos los posibles sismos del tipo de falla propuesto para la magnitud y distancia especificada.

El proceso en cada sondeo de estudio se repite para cada magnitud, distancia, periodo y mecanismo focal de interés, para obtener las leyes de atenuación espectral de un sitio particular

teniendo en cuenta los efectos locales por condiciones geotécnicas. De esta manera cada ley de atenuación tiene la evaluación para 10 magnitudes y 50 distancias epicentrales de los EAFs y por consiguiente de las densidades espectrales. Posteriormente es usado el método lineal equivalente para evaluar las funciones de transferencia, FT correspondiente a cada EAF, cada ley de atenuación tiene 500 evaluaciones y existen 16 leyes de atenuación por sondeo (Amax, Vmax, Dmax, 0.15 seg, 0.3 seg, 0.5 seg, 1.0 seg, 1.5 seg, 2.0 seg, 2.5 seg, 3.0 seg, 3.5 seg, 4.0 seg, 4.5 seg, 5.0 seg); además el proceso se realiza tanto para las fallas cercanas como para fallas de subducción por lo que cada sondeo tiene aproximadamente 16000 evaluaciones de EAF y FT, lo cual garantiza la no-linealidad del proceso en el caso que esta particular forma de respuesta se presentara. Nótese que nunca son usados los espectros de respuesta sino las funciones de transferencia de los depósitos que muestran el filtro no-lineal que se establece a la totalidad de la señal de entrada, de esta forma no se pierde información valiosa del fenómeno de transmisión de ondas en el contenido de frecuencias.

Funciones de transferencia no-lineales

Es bien reconocido el comportamiento no lineal de las principales propiedades de los suelos, tales como rigidez y amortiguamiento, dependiendo de los niveles de deformación.

La variación que se encuentra en el comportamiento de los suelos en función de la amplitud provoca que las funciones de transferencia varíen con las intensidades; así, existe comportamiento lineal para bajos niveles de deformación (es decir la función de transferencia es constante); pero, conforme estos aumentan, la no linealidad de los materiales comienza a actuar, de tal suerte, que para las mayores intensidades posibles en un sitio se presentaran los más fuertes efectos no lineales.

Las *F.T*. para cada nivel de intensidad (en este caso aceleración) se generan usando los perfiles de suelo con sus respectivas propiedades dinámicas y los *EAF* generados a partir de la teoría sismológica del espectro radiado para suelo firme deducidos anteriormente, suponiendo que estos son los movimientos incidentes en la roca base en el modelo de propagación unidimensional de ondas *SH* el cual funciona perfectamente en el dominio de la frecuencia con ahorro de tiempo de computo.

Una vez realizado el proceso para cada *EAF* en cada sitio de estudio, es posible construir las funciones de transferencia en cada nivel de intensidad y para cada tipo de mecanismo focal. El comportamiento de las *FT* en suelo blando se puede determinar de una forma completamente teórica siguiendo los conceptos definidos; sin embargo, también fue identificado de forma experimental por Lermo (2000) para la estación de Central de Abastos en México D.F. (tal vez el pozo instrumentado con más registros en todo el mundo) en condiciones de suelo, donde pudo registrar eventos de diferente magnitud y comprobar el efecto de la no linealidad en el comportamiento de la forma de las funciones de transferencia.

En la Figura 32 se presentan funciones de transferecia no lineales calculadas en un deposito blando con periodo fundamental de 1 seg para diferentes intensidades (en el presente caso aceleración máxima en terreno firme).

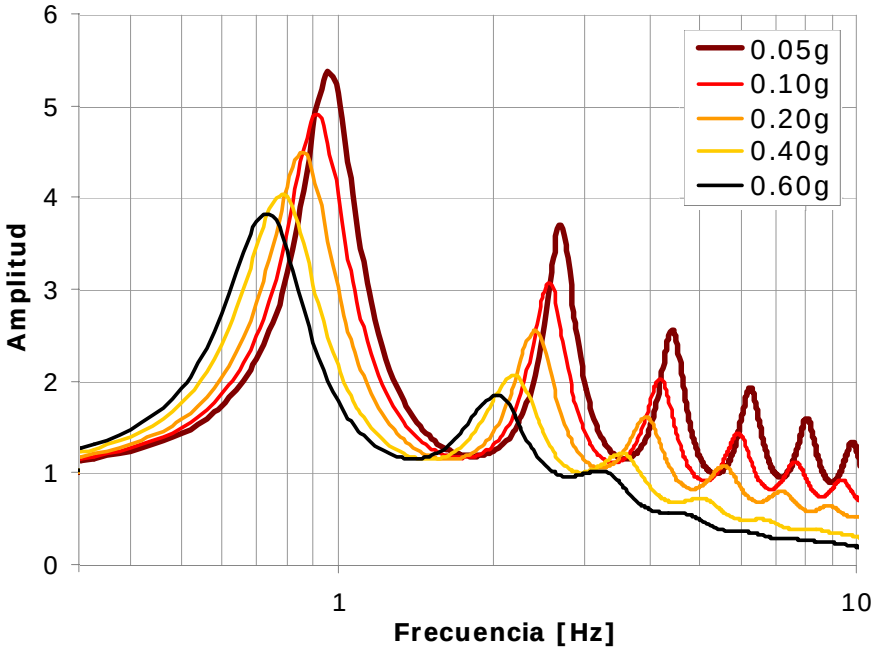


Figura 32 Funciones de transferencia no lineales para un depósito de suelo con periodo fundamental de 1.0 seg

Duración de la fase intensa de movimientos en suelos blandos.

No existe estudio alguno en Colombia sobre la estimación de la duración de la fase intensa de los movimientos, fundamentalmente por la escasa red instalada y también por la falta de un número de eventos considerables; Además debido a la poca profundidad de los suelos y condiciones de linealidad la duración de los depósitos puede hacerse similar a la de los sismos incidentes en la base.

Incertidumbre en las leyes de atenuación con efectos locales

Una vez obtenidas leyes de atenuación y contando con la sismicidad de las fuentes en la región, es posible encontrar el amenaza sísmico en el sitio, incluyendo los efectos locales, sin embargo, la incertidumbre en la estimación de las leyes de atenuación con efectos locales no sigue siendo la misma que las leyes en terreno firme, ya que se establecen incertidumbres adicionales en la forma de evaluación de las funciones de transferencia; también existe incertidumbre en la calidad de sondeos, inalteración de las muestras y en la determinación de las propiedades dinámicas. Además debe ser tomada en cuenta la incertidumbre en la estimación de los valores extremos hecha por la teoría de vibraciones aleatorias descrita mediante la ecuación 133.

Puede inferirse que entre la incertidumbre asociada al cálculo de los *EAF* en terreno firme y la incertidumbre relacionada a los fenómenos anteriormente descritos no existe una relación directa, por lo que hay independencia estadística entre ellas; esto hace posible encontrar la incertidumbre total por medio del criterio de las raíz de la suma de los cuadrados. Las incertidumbres de las leyes de atenuación de *EAF* en terreno firme, σ_{lna1}, fueron calculadas y se

encuentran en la tabla 3 y la incertidumbre por las condiciones geotécnicas, σ_{lna2}, según información experta, puede tomar valores de hasta ¼ teniendo en cuenta que muchas de las propiedades dinámicas fueron evaluadas in-situ; finalmente el uso de la TVA introduce un error que se puede estimar según la expresión 103; esto hace posible evaluar el nuevo valor de σ_{lna} de las leyes de atenuación asociado a los efectos locales mediante:

$$\sigma_{\ln a} = \sqrt{\sigma_{\ln a1}^{2} + \sigma_{\ln a2}^{2} + \sigma_{TVA}^{2}} \qquad (129)$$

Construcción de leyes de atenuación espectral.

Contando con los *EAF* de cada sitio de sondeo y con la estimación de la duración de la fase intensa de los movimientos, es posible, como se ha mencionado mediante teoría de vibraciones aleatorias, (*TVA,* Udwadia y Trifunac, 1974) obtener los valores máximos esperados de cada *EAF*; al repetir el proceso para cada magnitud, distancia epicentral, periodo estructural y mecanismo focal es posible derivar leyes de atenuación espectral en condiciones no lineales de suelo.

En este caso el proceso es similar al llevado a cabo para el sitio Uniquindio, solo que las FTs varían para cada combinación de magnitud, distancia y mecanismo focal. El proceso se repite para 10 magnitudes, 50 distancias, 15 ordenadas espectrales y 2 mecanismos focales en cada sondeo para construir leyes de atenuación puntuales que puedan ser analizadas con la teoría clásica de amenaza sísmica

El uso de funciones de transferencia de osciladores permite encontrar el *EAF* representativo de estructuras con diferente periodo y amortiguamiento, lo que automáticamente admite el cálculo de relaciones de atenuación de ordenadas espectrales y la construcción de espectros para cualquier magnitud y distancia deseada; además el método presenta compatibilidad espectral; por lo cual al calcular, por ejemplo, el espectro de respuesta de seudoaceleraciones es posible evaluar los de seudovelocidad y desplazamiento espectral, mediante las simples relaciones espectrales conocidas.

Esta compatibilidad resulta útil y permite el uso de los *EAF* para el cálculo de las diversas intensidades que se han mencionado; por el contrario esta compatibilidad no existe en leyes de atenuación empíricas deducidas mediante modelos de regresión comunes en los cuales no se impone la compatibilidad como restricción y se hace necesario realizar el análisis de regresión por separado para cada intensidad.

En las Figuras 33 y 34 se presenta un resumen de la metodología de cálculo de espectros de amenaza uniforme empleada por la Universidad de los Andes en el presente trabajo de investigación, teniendo en cuenta la respuesta dinámica del depósito blando.

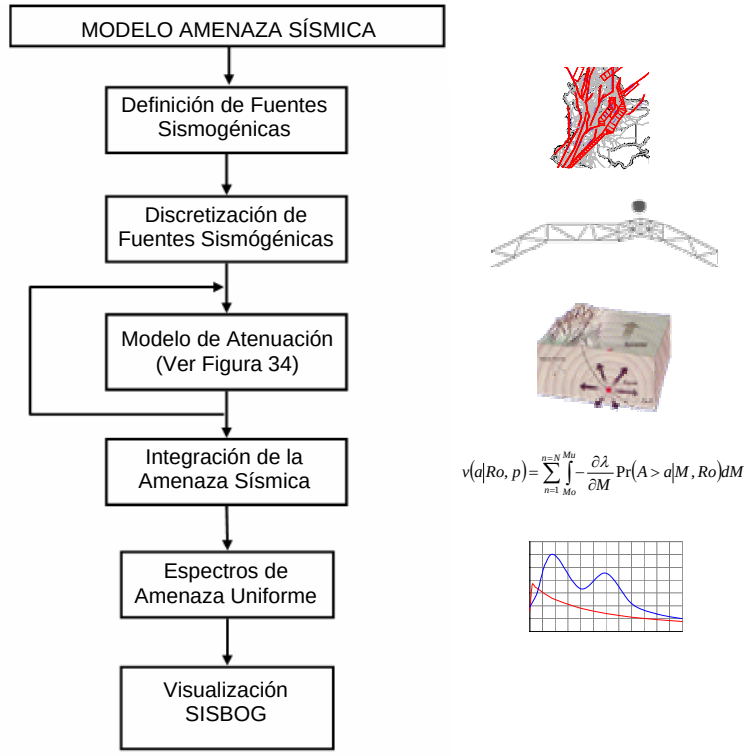


Figura 33 Resumen metodología de cálculo amenaza Universidad de los Andes

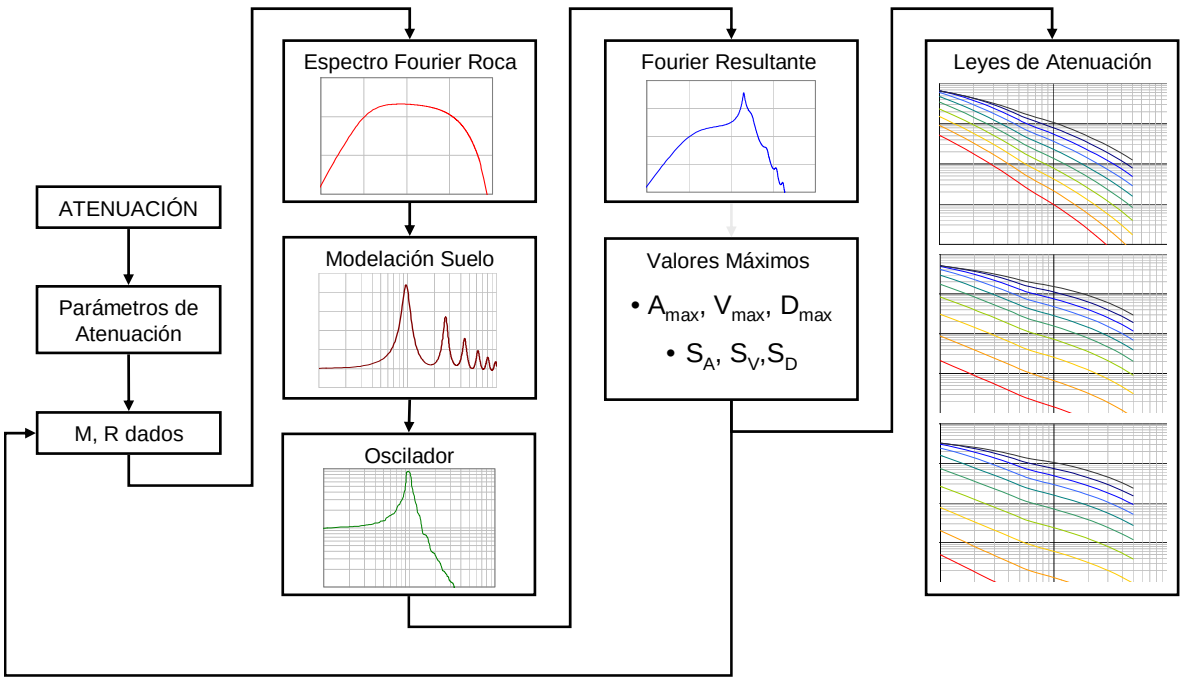


Figura 34 Resumen metodología de cálculo amenaza Universidad de los Andes (Atenuación)

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 2 AMENAZA SÍSMICA EN TERRENO FIRME 2-1

2.1 GENERALIDADES 2-1

2.2 INFORMACIÓN SÍSMICA DISPONIBLE 2-3

2.3 PARÁMETROS DE SISMICIDAD PARA LAS FUENTES EMPLEADAS EN EL ANÁLISIS 2-7
2.3.1 Parámetros de sismicidad 2-7
2.3.2 Fuentes sísmicas empleadas 2-7

2.4 RESULTADOS DE AMENAZA SÍSMICA EN TERRENO FIRME PARA LA CIUDAD DE BOGOTÁ 2-10
2.4.1 Amenaza sísmica para la totalidad de las fuentes sismogénicas 2-10

2.5 COMENTARIOS SOBRE LA METODOLOGÍA Y RESULTADOS 2-20

2.6 BIBLIOGRAFÍA 2-22

ANEXO 2.1 METODOLOGÍA DE CÁLCULO DE AMENAZA SÍSMICA

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Distribución geográfica de los eventos que hacen parte del catálogo sísmico utilizado 2-4

Figura 2.2 Resumen de la metodología para el cálculo de la amenaza sísmica 2-5

Figura 2.3 Resumen de la metodología para el cálculo de la amenaza sísmica. Modelo de atenuación . 2-5

Figura 2.4 Localización geográfica de las fuentes sismogénicas a nivel nacional (AIS, 1997) 2-9

Figura 2.5 Distribución de la aceleración máxima en terreno firme [cm/s²] a nivel departamental (Periodo de Retorno de 475 años) 2-11

Figura 2.6 Distribución de la aceleración máxima en terreno firme [cm/s²] para la ciudad de Bogotá (Periodo de Retorno de 475 años) 2-12

Figura 2.7 Distribución de la velocidad máxima en terreno firme [cm/s] en la ciudad de Bogotá (Periodo de Retorno de 475 años) 2-13

Figura 2.8 Distribución del desplazamiento máximo en terreno firme [cm] en la ciudad de Bogotá (Periodo de Retorno de 475 años) 2-14

Figura 2.9 Curva de Amenaza para la ciudad de Bogotá 2-15

Figura 2.10 Distribución de la amenaza por fuentes para la ciudad de Bogotá 2-16

Figura 2.11 Distribución de la amenaza para la ciudad de Bogotá en función de la magnitud y la distancia 2-17

Figura 2.12 Espectros de peligro uniforme en términos de aceleración espectral 2-18

Figura 2.13 Espectros de peligro uniforme en términos de velocidad espectral 2-19

Figura 2.14 Espectros de peligro uniforme en términos de desplazamiento espectral 2-19

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1 Parámetros de sismicidad de las fuentes. 2-8